

Dinamika Fluida

Teori dan Soal Jawab

NASARUDDIN SALAM
RUSTAN TARAKKA

Dinamika Fluida: Teori dan Soal Jawab

Dinamika Fluida

Teori dan Soal Jawab

Penerbit



Dinamika Fluida

Teori dan Soal Jawab

Penulis

Nasaruddin Salam

Rustan Tarakka

Tata Letak dan Desain Sampul

Muhammad Ihtasul Amal

ISBN 978-979-530-344-2

Cetakan I 2021

Penerbit

Unhas Press

Keanggotaan

IKAPI Nomor: 002/SSL/01 dan APPTI Nomor: 005.026.1.03.2018

Alamat Penerbit

Gedung UPT Unhas Press, Kampus Unhas Tamalanrea

Jalan Perintis Kemerdekaan KM 10, Makassar, Sulawesi Selatan

HP/WA: +62 8229 9555 591 — Email: unhaspress@gmail.com

Laman: unhaspress.unhas.ac.id

Hak Cipta ©Nasaruddin Salam & Rustan Tarakka. *All rights reserved.*

Hak cipta dilindungi undang-undang.

Dilarang memperbanyak isi buku ini, baik sebagian maupun seluruhnya dalam bentuk apapun tanpa izin tertulis dari penulis/penerbit.

Kata Pengantar

Buku ini bertujuan memberi pengetahuan tentang dinamika fluida kepada para mahasiswa S1 dan S2 dalam bidang Teknik mesin, serta bidang lainnya yang mempelajari tentang mekanika fluida dan dinamika fluida. Prinsip-prinsip yang ditinjau adalah prinsip-prinsip yang telah dikembangkan berbagai buku mekanika fluida selama bertahun-tahun. Namun demikian, pengetahuan dinamika fluida telah mengalami peningkatan, sejalan dengan pengalaman kami di kelas dan laboratorium.

Isi buku ini dibuat dalam bentuk teori dan penyelesaian soal-soal. Pada setiap awal bab, diberikan secara ringkas teori dasar dan rumus-rumus yang perlu diketahui dalam penyelesaian soal-soal. Contoh penyelesaian soal-soal dan soal tambahan diambil dari tiga buah buku utama, yakni *Fundamental of Fluid Mechanics* oleh Bruce R. Munson, dkk., dan *Fluid Mechanics Fundamentals and Applications* oleh Yunus A. Çengel dan John M. Cimbala, serta *Schaum's Outline of Fluid Mechanics* oleh Merle C. Potter dan David C. Wiggert.

Materi dinamika fluida yang ditampilkan lebih diarahkan terhadap masalah-masalah praktis yang banyak dijumpai dalam proses aliran fluida dan sistem transportasi.

Buku teks ini, menggunakan dua sistem satuan yaitu Sistem Gravitasi Inggris (*pound, slug, feet*, dan detik), dan Sistem Internasional (*newton, kilogram, meter dan detik*). Kedua sistem ini, sangat luas digunakan, dan kami yakin bahwa mahasiswa maupun praktisi perlu mengetahui dan terbiasa dengan kedua sistem tersebut.

Penulis menghaturkan terima kasih kepada penerbit Unhas Press, untuk kerjasamanya yang sangat baik dalam penerbitan buku ini.

Makassar, Desember 2021

Nasaruddin Salam

Rustan Tarakka

Daftar Isi

Kata Pengantar	v
Daftar Isi.....	vii
Bab I Pendahuluan	1
1.1. Beberapa Sifat Fluida.....	1
1.2 Dimensi, Satuan, dan Kuantitas Fisik	2
1.3 Gas dan Cairan.....	5
1.4 Tekanan dan Temperatur.....	6
1.5 Massa Jenis, Berat Jenis dan Gravitasi Jenis	7
1.6 Hukum Gas Ideal.....	9
1.7 Viskositas	9
1.8 Modulus Borongan (<i>Bulk Modulus</i>).....	10
1.9 Soal-Soal dan Penyelesaian	11
1.10 Soal-Soal Tambahan.....	16

Bab II Analisis Volume Kendali.....	19
2.1 Pendahuluan.....	19
2.2 Transformasi Sistem-Ke-Volume-Kontrol	20
2.3 Kekekalan Massa.....	24
2.4 Persamaan Energi	27
2.5 Persamaan Momentum.....	33
2.6 Soal-Soal dan Penyelesaian	43
2.7 Soal-soal Tambahan	53
Bab III Dasar-dasar Aliran Fluida.....	63
3.1 Pendahuluan.....	63
3.2 Persamaan Kontinuitas, Momentum, dan Energi.....	64
3.3 Aliran Viskos di Dalam Pipa.....	67
3.4 Daerah Masuk dan Aliran Berkembang Penuh.....	74
3.5 Tekanan dan Tegangan Geser	77
3.6 Aliran Laminar Berkembang Penuh	79
3.7 Aliran Turbulen Berkembang Penuh.....	83
3.8 Transisi dari Aliran Laminar Menuju Aliran Turbulen.....	84
3.9 Soal-Soal dan Penyelesaian	89
3.10 Soal-Soal Tambahan.....	102
Bab IV Aliran Fluida Dalam Pipa.....	107
4.1 Pendahuluan.....	107
4.2. Aliran Laminar Dan Turbulen	108
4.3 Kerugian <i>Head</i> Aliran dalam Pipa	110

4.4	Sistem Pipa Majemuk.....	127
4.5	Soal-soal Dan Penyelesaiannya	130
4.6	Soal-soal Tambahan	172
Bab V Aliran Lapisan Batas		177
5.1	Pendahuluan.....	177
5.2	Persamaan-persamaan Integral	180
5.3	Lapisan Batas Laminar dan Turbulen	182
5.4	Persamaan Diferensial Lapisan Batas Laminar.....	187
5.5	Soal-Soal Dan Penyelesaian.....	190
5.6	Soal–soal Tambahan.....	195
Bab VI Aliran Luar.....		197
6.1	Pendahuluan.....	197
6.2	Karakteristik Aliran Luar	199
6.3	<i>Lift</i> (Gaya Angkat) dan <i>Drag</i> (Gaya Hambat).....	201
6.4	Karakteristik Aliran Melewati Sebuah Benda.....	205
6.5	Struktur dan Ketebalan Lapisan Batas pada Sebuah Plat Datar	212
6.6	Soal-Soal dan Penyelesaiannya	216
6.7	Soal-Soal Tambahan.....	224
Bab VII Aliran Kompresibel		227
7.1	Pendahuluan.....	227
7.2	Hubungan-Hubungan Gas Sempurna	228
7.3	Kecepatan Gelombang Suara dan Bilangan Mach	232

7.5	Gelombang Kejut	242
7.6	Garis Fanno dan Garis Rayleigh	246
7.7	Aliran Adiabatik dengan Gesekan dalam Konduit	251
7.8	Aliran Tanpa Gesekan dalam Talang Dengan Perpindahan Panas	257
7.9	Aliran Isotermal Stedi dalam Jalur-Pipa Yang Panjang.....	261
7.10	Soal-Soal dan Penyelesaian	264
7.11	Soal-Soal Tambahan.....	267
Apendix.....		271
Daftar Pustaka.....		285
Tentang Penulis		287

Bab I

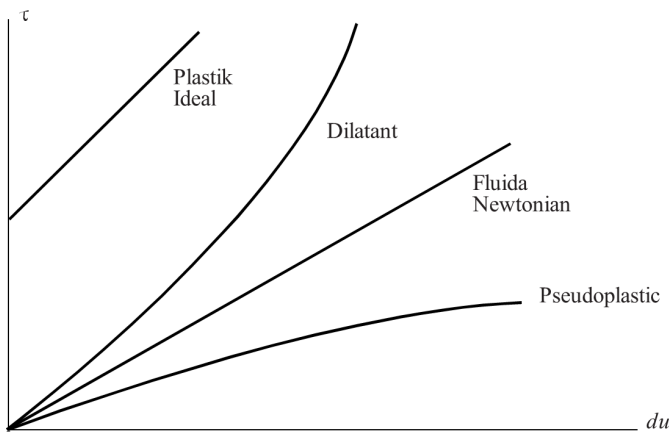
Pendahuluan

1.1. Beberapa Sifat Fluida

Fluida didefinisikan sebagai zat yang berdeformasi terus-menerus selama dipengaruhi suatu tegangan geser. Sebuah tegangan geser terbentuk apabila sebuah gaya tangensial bekerja pada sebuah permukaan. Apabila benda-benda padat biasa seperti baja atau logam-logam lainnya dikenai oleh suatu tegangan geser, mula-mula benda ini akan berdeformasi (biasanya sangat kecil, tetapi tidak akan terus-menerus berdeformasi atau mengalir). Namun, cairan yang biasa seperti air dan minyak, serta gas seperti udara memenuhi definisi dari sebuah fluida. Artinya, zat-zat tersebut akan mengalir apabila pada zat tersebut bekerja sebuah tegangan geser.

Beberapa bahan, seperti lumpur, aspal, dempul, odol dan lain sebagainya tidak mudah untuk diklasifikasikan karena bahan-bahan tersebut akan berperilaku seperti benda padat jika tegangan geser yang bekerja kecil, tetapi jika tegangan geser tersebut melampaui suatu nilai kritis tertentu, zat-zat tersebut akan mengalir.

Fluida Newtonian, yaitu fluida yang menunjukkan hubungan linier antara tegangan geser dan gradien kecepatan, seperti ditunjukkan dalam Gambar 1.1 di bawah ini. Beberapa jenis fluida biasa, seperti udara, air dan minyak merupakan fluida Newtonian. Fluida-fluida non-Newtonian diklasifikasikan sebagai dilatant, pseudoplastik dan plastik ideal dan juga ditampilkan dalam Gambar 1.1 berikut ini.



Gambar 1.1 Fluida Newtonian dan Non-Newtonian (Pustaka 1)

1.2 Dimensi, Satuan, dan Kuantitas Fisik

Sembilan dimensi dasar yaitu massa, panjang, waktu, temperatur, jumlah suatu zat, arus listrik, intensitas cahaya, sudut bidang, dan sudut ruang. Semua kuantitas lainnya dapat diekspresikan dalam dimensi-dimensi dasar ini, misalnya gaya dapat diekspresikan dengan menggunakan hukum kedua Newton sebagai

$$F = ma \tag{1.1}$$

Dalam bentuk dimensi dapat dituliskan,

$$F = M(L/T^2) \quad (1.2)$$

di mana F , M , L dan T adalah dimensi-dimensi gaya, massa, panjang, dan waktu. Kita lihat bahwa gaya dapat dituliskan dalam bentuk massa, panjang, dan waktu. Tentu saja dapat dituliskan,

$$M = F(T^2/L) \quad (1.3)$$

Dapat pula dimasukkan satuan-satuan ke dalam persamaan-persamaan di atas jika diperhatikan bahwa dibutuhkan 1 N (Newton) untuk mempercepat 1 kg pada 1 m/s² (dalam satuan Inggris dibutuhkan 1 lb (pon) untuk mempercepat 1 slug pada 1 ft/s²), sehingga,

$$N = \text{kg.m/s}^2 \text{ atau } \text{lb} = \text{slug.ft/s}^2 \quad (1.4)$$

Hubungan-hubungan ini akan banyak digunakan dalam pembahasan mengenai fluida. Perhatikan bahwa bila tidak menggunakan “lbf” karena satuan “lb” akan selalu diartikan sebagai satu pon gaya; slug merupakan satuan massa dalam sistem Inggris. Dalam sistem SI massa akan selalu dalam kilogram dan gaya akan selalu dalam Newton. Karena berat merupakan sebuah gaya, maka akan diukur dalam Newton, tidak pernah dalam kilogram. Hubungan,

$$W = m.g \quad (1.5)$$

digunakan untuk menghitung berat dalam Newton jika diketahui massa dalam kilogram, di mana $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (dalam satuan-satuan Inggris $g = 32,2 \text{ ft/s}^2$). Gravitasi pada intinya adalah konstan di permukaan bumi dengan variasi antara $9,77 \text{ m/s}^2$ sampai dengan $9,83 \text{ m/s}^2$.

Lima dari kesembilan dimensi dasar dan satuan-satuannya diberikan dalam Tabel 1.1 dan satuan-satuan turunan yang digunakan

dalam pembahasan mengenai mekanika fluida seperti dalam Tabel 1.2. Awalan (prefiks) umum digunakan dalam sistem SI, jadi berbagai awalan diberikan dalam Tabel 1.3.

Tabel 1.1 Dimensi-dimensi Dasar dan Satuan-satuannya (Pustaka 1)

Kuantitas	Dimensi	SI	Satuan	Inggris	Satuan
Panjang, l	L	meter	m	foot	ft
Massa, m	M	kilogram	kg	slug	slug
Waktu, t	T	second	s	second	sec
Temperatur, T	θ	Kelvin	K	Rankine	$^{\circ}\text{R}$
Plane angle		radian	rad	radian	Rad

Tabel 1.2 Dimensi-dimensi Turunan dan Satuan-satuannya (Pustaka 1)

Kuantitas	Dimensi	Satuan SI	Satuan Inggris
Luas A	L^2	m^2	ft^2
Volume \mathcal{V}	L^3	m^3 atau L(liter)	ft^3
Kecepatan V	L/T	m/s	ft/sec
Percepatan a	L/T^2	m/s^2	ft/sec^2
Kecepatan sudut	T^{-1}	s^{-1}	sec^{-1}
Gaya F	ML/T^2	$\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ atau N (newton)	$\text{slug}\cdot\text{ft/sec}^2$ atau lb
Massa jenis ρ	M/L^3	kg/m^3	slug/ft^3
Berat jenis γ	M/L^2T^2	N/m^3	lb/ft^3
Frekuensi f	T^{-1}	s^{-1}	Sec^{-1}
Tekanan p	M/LT^2	N/m^2 atau Pa (pascal)	lb/ft^2
Tegangan τ	M/LT^2	N/m^2 atau Pa (pascal)	lb/ft^2
Tegangan permukaan σ permukaan s	M/T^2	N/m	lb/ft
Kerja W	ML^2/T^2	N·m atau J (joule)	ft·lb
Energi E	ML^2/T^2	N·m atau J (joule)	ft·lb
Torsi T	ML^2/T^2	N·m	ft·lb
Daya W	ML^2/T^3	J/s atau W (watt)	ft·lb/sec

Kuantitas	Dimensi	Satuan SI	Satuan Inggris
Mass flux $mm_{_}$	M/ T	kg/s	slug/sec
Laju aliran Q	L^3/ T	m^3/s	ft^3/sec
Panas jenis c	$L^2/T^2 \theta$	J/kg·K	Btu/slug °R
Viscositas μ	M/LT	N·s/m ²	lb·sec/ft ²
Viskositas Kinematis ν	L^2/T	m ² /s	ft ² /sec

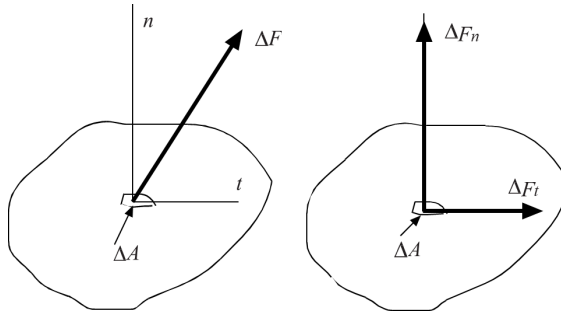
Tabel 1.3 Awalan-awalan SI (Pustaka 1)

Multiplicationfactor	Prefix	Symbol
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	K
10^{-2}	centi	C
10^{-3}	milli	M
10^{-6}	micro	M
10^{-9}	nano	N
10^{-12}	pico	P

1.3 Gas dan Cairan

Zat yang akan digunakan dalam pembahasan mengenai dinamika fluida adalah gas atau cairan. Pembahasan dibatasi pada cairan-cairan yang bergerak di bawah pengaruh tegangan geser, sekecil apapun tegangan geser tersebut. Semua gas bergerak di bawah pengaruh tegangan geser tapi ada zat-zat tertentu, seperti kecap, yang tidak bergerak sampai gaya gesernya menjadi cukup besar; zat-zat tersebut dibahas dalam subjek reologi dan tidak diberikan dalam buku ini.

Suatu gaya yang bekerja pada suatu luas ditunjukkan dalam Gambar 1.2. Tegangan vektor adalah vektor gaya dibagi dengan luas area tempatnya bekerja.



Gambar 1.2 Komponen-komponen normal dan tangensial dari sebuah gaya

1.4 Tekanan dan Temperatur

Tekanan adalah hasil dari gaya-gaya kompresif yang bekerja pada suatu luas. Hubungan gaya dengan luas ini, dapat dituliskan dalam bentuk persamaan umum, sebagai berikut,

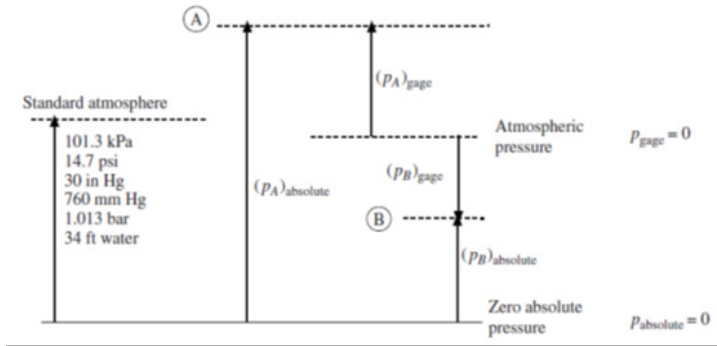
$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad (1.7)$$

Satuan pada tekanan dihasilkan oleh gaya dibagi luas, yaitu N/m^2 , yang adalah pascal, disingkat Pa. Tekanan sebesar 1 Pa merupakan tekanan yang sangat kecil, jadi tekanan biasanya diekspresikan dalam kilopascal atau kPa. Tekanan atmosfer pada permukaan laut adalah 101,3 kPa, atau lebih sering diambil 100 kPa ($14,7 \text{ lb/in}^2$) saja.

Tekanan yang diukur relatif terhadap tekanan atmosfer disebut tekanan terukur (*gage*), ini adalah yang diukur oleh suatu alat jika alat tersebut memberikan pengukuran nol sebelum digunakan untuk mengukur tekanan. Tekanan absolut memiliki nilai nol di dalam sebuah volume yang tidak berisi molekul, kondisi vakum ideal (sempurna). Tekanan absolut berhubungan dengan tekanan terukur melalui persamaan,

$$P_{\text{absolut}} = P_{\text{terukur}} + P_{\text{atmosfer}} \quad (1.7)$$

di mana P_{atmosfer} adalah tekanan atmosfer di lokasi di mana pengukuran tekanan dilakukan. Tekanan atmosfer ini bervariasi cukup besar terhadap ketinggian dan nilainya diberikan dalam Tabel C.3 dalam Apendiks C. Kita seringkali menyebut tekanan negatif, seperti pada B dalam Gambar 1.3, sebagai vakum; ini adalah tekanan negatif atau vakum.



Gambar 1.3 Tekanan absolut dan terukur (*gage*) [Potter]

Temperatur suatu zat, umumnya menggunakan dua skala, yaitu skala Celcius ($^{\circ}\text{C}$) dan skala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Skala absolut pada saat menggunakan temperatur dalam derajat Celcius adalah skala Kelvin (K) dan skala absolut pada saat menggunakan temperatur dalam derajat Fahrenheit adalah skala Rankine (R). Konversinya adalah sebagai berikut;

$$K = ^{\circ}\text{C} + 273,15$$

$$^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 459,67 \quad (1.8)$$

1.5 Massa Jenis, Berat Jenis dan Gravitasi Jenis

Massa Jenis (*Density*)

Massa jenis atau kerapatan sebuah fluida, dilambangkan dengan huruf Yunani ρ (rho), didefinisikan sebagai massa fluida per

satuan volume. Satuan kerapatan adalah slugs/ft³ dalam satuan BG, dan dalam satuan SI adalah kg/m³.

Nilai kerapatan air pada temperatur 60 °F adalah 1,938 slugs/ft³ atau pada temperatur 20 °C adalah 998,2 kg/m³. Sedangkan, nilai kerapatan udara pada temperatur 60 0F adalah $2,373 \times 10^{-3}$ slugs/ft³ atau pada temperatur 20 °C adalah 1,204 kg/m³. Jika suatu fluida berupa kontinum, massa jenisnya dapat didefinisikan sebagai,

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.9)$$

Di mana Δm adalah massa yang sangat kecil dalam volume yang sangat kecil ΔV

Berat Jenis

Berat jenis dari sebuah fluida, dilambangkan dengan huruf Yunani γ (gamma) didefinisikan sebagai berat fluida per satuan volume. Berat jenis berhubungan dengan kerapatan melalui:

$$\gamma = \rho g \text{ (N/m}^3\text{)} \quad (1.10)$$

Gravitasi Jenis

Gravitasi jenis sebuah fluida, dilambangkan sebagai SG, didefinisikan sebagai perbandingan massa jenis fluida tersebut dengan massa jenis air pada sebuah temperatur tertentu. Biasanya temperatur tersebut 4 °C (39,2°F), dan pada temperatur ini massa jenis air adalah 1,94 slugs/ft³ atau 1000 kg/m³. Dalam bentuk persamaan gravitasi jenis dinyatakan sebagai: (H₂O)

$$SG = \frac{\rho}{\rho(\text{H}_2\text{O})} \quad (1.11)$$

1.6 Hukum Gas Ideal

Gas-gas sangat mudah dimampatkan dibandingkan zat cair, di mana perubahan kerapatan gas (ρ) berhubungan langsung dengan perubahan tekanan (p) dan temperatur (T) melalui persamaan:

$$p = \rho RT \text{ (N/m}^2\text{) atau (Pa)} \quad (1.12)$$

Apabila gas dimampatkan (atau dikembangkan) hubungan antara tekanan dan kerapatan tergantung pada sifat dasar dari prosesnya. Jika pemampatan atau pengembangan berlangsung dalam kondisi temperatur yang konstan (*isothermal process*), maka:

$$\frac{p}{\rho} = \text{kons tan} \quad (1.13)$$

Jika pemampatan atau pengembangan berlangsung tanpa gesekan dan tidak ada pertukaran kalor dengan lingkungan (*isentropic process*), maka:

$$\frac{p}{\rho k} = \text{kons tan} \quad (1.14)$$

di mana k adalah rasio dari kalor jenis pada tekanan konstan (c_p), terhadap kalor jenis pada volume konstan (c_v) (jadi $k = c_p/c_v$). Kedua kalor jenis tersebut dihubungkan dengan konstanta gas (R), melalui persamaan,

$$R = c_p - c_v \quad (1.15)$$

1.7 Viskositas

Viskositas adalah sifat fluida yang mendasari diberikannya tahanan terhadap tegangan geser oleh fluida tersebut. Atau viskositas dinamik adalah sifat fluida yang menghubungkan tegangan geser

dengan gerakan fluida. Kegiatan molekular menimbulkan tegangan geser semu dalam gas, yang lebih penting daripada gaya-gaya kohesi, dan karena kegiatan molekular meningkat dengan suhu, maka viskositas gas juga meningkat dengan suhu.

Di dalam fluida yang tidak bergerak, atau yang bergerak sedemikian rupa sehingga tidak ada lapisan yang bergerak relatif terhadap lapisan yang berdekatan, tidak akan timbul gaya-gaya geser semu berapapun viskositasnya, karena du/dy adalah nol di seluruh fluida.

Dimensi viskositas ditentukan dari hukum viskositas Newton. Penyelesaiannya untuk viskositas dinamik (μ):

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} \text{ (N.s/m}^2\text{)} \quad (1.16)$$

Satuan viskositas dinamik SI adalah (N.s/m²) atau (kg/m.s). Satuan yang lazim dalam cgs, yang dinamakan poise (P), adalah 1 dyn.s/cm² atau 1 g/cm.s. Satuan SI tersebut 10 kali lebih besar daripada satuan poise.

Viskositas dinamik μ seringkali disebut viskositas mutlak, agar tidak kacau dengan viskositas kinematik (ν), yang merupakan perbandingan viskositas dinamik terhadap kerapatan massa (ρ), maka:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ (m}^2\text{/s)} \quad (1.17)$$

Satuan SI untuk viskositas kinematik adalah 1 m²/s, dan satuan USC-nya adalah 1 ft²/s. Satuan cgs-nya, yang dinamakan stoke (St), adalah 1 cm²/s.

1.8 Modulus Borongan (*Bulk Modulus*)

Sebuah pertanyaan yang penting untuk dijawab ketika kita mengkaji perilaku suatu fluida tertentu adalah seberapa mudah vo-

lume (demikian juga kerapatan) dari suatu massa fluida dapat diubah apabila terjadi perubahan tekanan? Artinya seberapa mampu-mampatkah fluida tersebut? Sebuah sifat yang biasa digunakan untuk mengkarakteristikkan kemampu-mampatan (*compressibility*) adalah modulus borongan (*bulk modulus*), E_v , yang didefinisikan sebagai:

$$E_v = -\frac{dp}{dV/V} \text{ (N/m}^2\text{) atau (Pa)} \quad (1.18)$$

di mana dp adalah perubahan diferensial tekanan yang diperlukan untuk membuat perubahan diferensial volume, dV , dari sebuah volume V . Tanda negatif ditambahkan dalam persamaan karena peningkatan tekanan akan menyebabkan pengurangan volume. Karena pengurangan volume dari sebuah massa, $m = \rho V$, akan menyebabkan peningkatan kerapatan, atau dinyatakan:

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho} \text{ (N/m}^2\text{) atau (Pa)} \quad (1.19)$$

Dalam satuan BG, nilai untuk E_v biasanya diberikan sebagai lb/in² atau (psi) dan dalam satuan SI sebagai N/m² atau (Pa).

1.9 Soal-Soal dan Penyelesaian

1.9.1 Sebuah tekanan terukur sebagai suatu vakum sebesar 23 kPa pada suatu lokasi di ketinggian 3000 m. berapakah tekanan absolutnya?

Penyelesaian:

Gunakan Apendiks C untuk memperoleh tekanan atmosfer pada ketinggian 3000 m. Kita gunakan interpolasi linier untuk memperoleh $P_{\text{atmosfer}} = 70.6$ kPa. Jadi,

$$P_{\text{absolut}} = P_{\text{terukur}} + P_{\text{atmsfer}} = -23 + 70,6 = 47,6 \text{ kPa}$$

Di dalam persamaan tersebut vakum sebesar 23 kPa diekspresikan sebagai negatif, yaitu -23 kPa.

1.9.2 Sebuah pelat datar $0,5 \text{ m} \times 2,0 \text{ m}$ ditarik di atas lapisan minyak pelumas SAE-30 setebal 2 mm pada 38°C yang memisahkan dari sebuah permukaan datar. Distribusi kecepatan di antara pelat dan permukaan diasumsikan linier. Berapakah gaya yang dibutuhkan jika pelat dan permukaan tersebut horizontal?

Penyelesaian:

Gradien kecepatan dihitung sebesar;

$$\frac{du}{dy} = \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{5 - 0}{0,002} = 2500 \text{ m/(s.m)}$$

Gaya adalah tegangan dikalikan dengan luas,

$$F = \tau \times A = \mu(du/dy)A = 0,1 \times 2500 \times 0,5 \times 2,0 = 250 \text{ N}$$

1.9.3 Estimasikanlah ρ dan c_p uap pada tekanan 100 lb/in^2 dan suhu 400°F dengan pendekatan gas sempurna.

Penyelesaian:

Konversikan lebih awal ke satuan BG: $\rho = 100 \text{ lb/in}^2 = 14.400 \text{ lb/ft}^2$, $T = 400^\circ\text{F} = 860^\circ\text{R}$. Berat molekul $\text{H}_2\text{O} = 18,016$. Maka, konstanta gas untuk uap kira-kira,

$$R = \frac{49,700}{18,016} = 2759 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R})$$

sehingga kita peroleh, dari hukum gas sempurna,

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{14,400}{2759(860)} = 0,00607 \text{ slug/ft}^3$$

Konstanta uap ($k = c_p/c_v$) pada 860°R kira-kira $1,30$. Maka,

$$c_p = \frac{k R}{k-1} = \frac{1,30(2759)}{1,30-1} 12.000 \text{ ft}^2 (\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{R})$$

1.9.4 Sebuah kombinasi tak-berdimensi dari variabel-variabel yang penting dalam kajian aliran kental (viskos) melalui pipa disebut sebagai bilangan Reynolds (Re), yang didefinisikan sebagai $\rho VD/\mu$. Sebuah fluida non-Newtonian yang memiliki viskositas $0,38 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ dan gravitasi jenis $0,91$ mengalir melalui pipa dengan diameter 25 mm dengan kecepatan $2,6 \text{ m/s}$. Tentukan nilai dari bilangan Reynolds-nya dengan menggunakan (a) satuan SI, dan (b) satuan BG.

Penyelesaian:

(a) Massa jenis fluida dihitung dari gravitasi jenis sebagai,

$$\rho = SG\rho_{\text{H}_2\text{O}(4^\circ\text{C})} = 0,91(1000 \text{ kg}/\text{m}^3) = 910 \text{ kg}/\text{m}^3$$

dan dari definisi bilangan Reynolds,

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(910)(2,6)(25)(0,001)}{0,38} = 156 \text{ (kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2)/\text{N}$$

Namun karena $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ maka bilangan Reynolds menjadi tak-berdimensi, artinya:

$$Re = 156$$

Nilai dari besaran tak-berdimensi tidak tergantung pada sistem satuan yang digunakan jika semua variabel yang membentuk besaran tersebut dinyatakan dalam seperangkat satuan yang konsisten. Untuk memeriksa hal ini, kita akan menghitung bilangan Reynolds menggunakan satuan BG.

(b) Pertama-tama kita mengkonversikan seluruh nilai variabel dalam SI yang muncul pada bilangan Reynolds menjadi nilai BG

dengan menggunakan faktor konversi. Jadi,

$$\rho = (910 \text{ kg/m}^3) (1,940 \times 10^{-3}) = 1,77 \text{ slug/ft}^3$$

$$V = (2,6 \text{ m/s}) (3,281) = 8,53 \text{ ft/s}$$

$$D = (0,025 \text{ m}) (3,281) = 8,20 \times 10^{-2} \text{ ft}$$

$$\mu = (0,38 \text{ N.s/m}^2) (2,089 \times 10^{-2}) = 7,94 \times 10^{-3} \text{ lb.s/ft}^2$$

Dan nilai dari bilangan Reynolds adalah

$$\text{Re} = \frac{(1,77)(8,53)(8,52 \times 0,01)}{7,94 \times 0,001} 156 (\text{slug.ft/s}^2)/\text{lb} = 156$$

karena $1 \text{ lb} = 1 \text{ slug.ft/s}^2$. Nilai yang diperoleh dari bagian (a) dan (b) sama seperti yang diperkirakan.

1.9.5 Udara pada temperatur 15°C dan tekanan $101,3 \text{ kPa}$, dikompresi secara isentropik sehingga volumenya berkurang 50%. Hitunglah tekanan dan temperatur akhirnya.

Penyelesaian:

Berat jenis udara mula-mula, adalah,

$$\begin{aligned}(\gamma)_1 &= (g.P)/(R.T) \\ &= 9,81 \times 101,2/286,8 \times (273 + 15) \\ &= 12,0 \text{ N/m}^2\end{aligned}$$

Berat jenis udara pada kondisi akhir, adalah,

$$(\gamma)_2 = 2 \times 12,0 \text{ N/m}^2 = 24,0 \text{ N/m}^2$$

Tekanan akhir udara (P_2), adalah,

$$\begin{aligned}(P_2)/[(\gamma)_2]^k &= (P_1)/[(\gamma)_1]^k \\ P_2/(24,0)^{1,4} &= 101,3 \times 10^3/(12,0)^{1,4} \\ P_2 &= 267,3 \text{ kPa}\end{aligned}$$

Temperatur akhir udara (T_2), adalah

$$\begin{aligned} T_2 &= P_2 / (\rho)_2 \cdot R = g \cdot P_2 / (\gamma)_2 \cdot R \\ &= 9,81 \times (267,3 \times 10^3) / (24,0) \times (286,8) \\ &= 381 \text{ K atau } 108^\circ\text{C} \end{aligned}$$

- 1.9.6** Suatu vakum sebesar 25 kPa diukur pada suatu lokasi dimana ketinggiannya adalah 3000 meter. Berapakah tekanan absolutnya dalam milimeter air raksa?

Penyelesaian:

Tekanan absolut pada ketinggian yang dimaksud diperoleh dari Tabel C.3. Nilainya diinterpolasi sebesar

$$P_{\text{atmosfer}} = 79,84 - \frac{1}{2} (79,84 - 61,64) = 70,7 \text{ kPa}$$

Jadi tekanan absolutnya adalah

$$P_{\text{absolut}} = P_{\text{terukur}} + P_{\text{atmosfer}} = -25 + 70,7 = 45,7 \text{ kPa}$$

Dalam milimeter air raksa adalah

$$h = \frac{p}{\rho H_o g} = \frac{45.700}{(13,6 \times 1000)9,81} = 0,343 \text{ m atau } 343 \text{ mm}$$

- 1.9.7** Sebuah piringan datar berdiameter 30 cm berputar pada 800 rpm pada jarak 2 mm dari sebuah permukaan datar yang diam. Jika minyak pelumas SAE-30 pada 20 oC mengisi celah di antara piringan dan permukaan tersebut, tentukanlah torsi yang dibutuhkan untuk merotasi piringan tersebut.

Penyelesaian:

Karena celah tersebut kecil, akan diasumsikan distribusi kecepatan linier. Besarnya tegangan geser yang bekerja pada piringan adalah:

$$\tau = \mu \frac{\Delta \mu}{\Delta y} = \mu \frac{r \omega}{h} = 0,38 \times \frac{r(800 \times \frac{2\pi}{60})}{0,002} 15.900r$$

dimana viskositasnya diperoleh dari Gambar C.1 dalam Apendiks C. Tegangan geser ini diintegalkan untuk memperoleh torsi

$$\begin{aligned} T &= \int_A r dF = \int_A r \tau 2\pi r dr = 2\pi \int_0^{0,15} 15.900r^3 dr \\ &= 10^5 \times \frac{0,15^4}{4} = 12,7 \text{ N.m} \end{aligned}$$

Catatan: Jawaban tidak diberikan dalam digit signifikan yang lebih banyak karena viskositas hanya diketahui sampai dua angka signifikan.

- 1.9.8** Berapakah kedalaman minyak dengan spesifik grafitasi 0,750, yang akan menghasilkan tekanan sebesar 2,75 bar? Berapakah kedalaman air untuk pertanyaan yang sama?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} h_{\text{minyak}} &= \frac{p}{\rho_{\text{minyak}} g} = \frac{2,75 \times 10^5}{0,75 \times 9810} = 37,4 \text{ m} \\ h_{\text{air}} &= \frac{p}{\rho_{\text{air}} g} = \frac{2,75 \times 10^5}{9810} = 28 \text{ m} \end{aligned}$$

1.10 Soal-Soal Tambahan

- 1.10.1** Tekanan sebesar 20 kPa dan tegangan geser sebesar 80 Pa bekerja pada sebuah permukaan dasar seluas 0,8 m². Hitunglah gaya normal, gaya geser tangensial dan gaya total yang bekerja pada permukaan tersebut. Selain itu, hitunglah besarnya sudut yang dibuat gaya total tersebut terhadap koorinat vertikal.
- 1.10.2** Sebuah gelas berbentuk silinder dengan diameter 3 inci dan tinggi 5 inci, jika diisi dengan cairan yang beratnya 35 ons dan dalam keadaan kosong beratnya 9 ons. Berapakah masa jenis cairan dalam satuan SI dan BG?

- 1.10.3** Sebuah tangki berisi 45.000 cm^3 gas helium pada 200 kPa dan 60°C . Hitunglah berat total gas tersebut (a) di bumi dan (b) di bulan.
- 1.10.4** Sebuah viscometer, yang digunakan untuk mengukur viskositas fluida, terdiri dari dua silinder konsentrik dengan panjang 12 cm dan radius 4 cm dan $3,8 \text{ cm}$. Silinder luarnya tidak bergerak dan silinder dalamnya berotasi. Jika sebuah torsi sebesar $0,046 \text{ Nm}$ terukur pada kecepatan rotasi 120 rpm , estimasikanlah viskositas fluida tersebut. Abaikan pengaruh ujung-ujung silinder pada torsi dan asumsikan profil kecepatan linier.
- 1.10.5** Sebuah poros dengan diameter 4 cm dan panjang 2 m berputar dalam sebuah silinder lain dengan panjang yang sama dan diameternya $4,02 \text{ cm}$. Jika pelumas SAE-10W pada 25°C memenuhi celah di antara silinder-silinder konsentrik tersebut, tentukanlah torsi dan daya kuda yang dibutuhkan untuk memutar poros tersebut pada putaran 1200 rpm .
- 1.10.6** Udara pada temperatur 22°C diperoleh dari atmosfer ke dalam sebuah silinder 200 cm^3 . Estimasikanlah tekanan dan temperaturnya jika udara tersebut ditekan secara isentropik ke 10 cm^3 .
- 1.10.7** Dengan menggunakan hukum gas sempurna, estimasikanlah massa jenis uap dalam satuan slug per kaki kubik pada suhu 1800 R dan tekanan 4 atmosfer , dan bandingkan dengan nilai yang tercantum dalam Tabel Uap ASME.
- 1.10.8** Modulus borongan (*bulk*) isentropik suatu fluida didefinisikan sebagai perubahan tekanan per fraksi perubahan massa jenis, yaitu

$$B = \rho(\partial p / \partial \rho)_s$$

dan mempunyai dimensi tekanan atau tegangan. Estimasi-kanlah modulus borongan (a) suatu gas sempurna dan (b) air pada kondisi standar, sebagai kelipatan tekanan atmosfer.

1.10.9 Dalam sebuah pengujian untuk menentukan modulus Borongan sebuah zat cair, didapati bahwa jika tekanan absolut dirubah dari 15 psi menjadi 3000 psi, volumenya berkurang dari 10,240 in³ menjadi 10,138 in³. Tentukan modulus borongan dari zat cair ini.

1.10.10 Yang mana diantara hukum-hukum fisika berikut ini yang sesuai untuk menganalisis gerak atau aliran fluida: (a) hukum Boyle, (b) hukum Charles, (c) hukum Newton kedua, (d) hukum Ohm, (e) hukum pertama termodinamika, (f) hukum Hooke, (g) hukum kedua termodinamika, (h) hukum gas sempurna, dan (i) hukum Gibbs-Dalton?

Bab II

Analisis Volume Kendali

2.1 Pendahuluan

Mekanika Fluida dijumpai hampir dalam setiap aspek kehidupan fisik kita. Banyak, bahkan mungkin hampir semua, kuantitas-kuantitas yang diinginkan merupakan kuantitas integral; nilainya diperoleh dengan cara mengintegalkan suatu properti yang diinginkan di seluruh area atau volume. Seringkali properti yang dimaksud pada intinya konstan sehingga integralnya dapat dilakukan dengan mudah. Akan tetapi dalam kasus-kasus lainnya, propertinya bervariasi di dalam area atau volume yang dimaksud dan pengintegralan yang diwajibkan dapat menjadi cukup sulit.

Kuantitas-kuantitas integral apa sajakah yang diinginkan? Diantaranya adalah laju aliran melalui pipa, gaya pada permukaan vertikal bendungan, energi kinetik angin yang menerpa mesin angin atau kincir angin, daya yang dihasilkan oleh bilah turbin, gaya pada bilah alat pembersih salju dan gaya hambat pada airfoil. Terdapat kuantitas-kuantitas yang sifatnya tidak integral, seperti misalnya te-

kanan minimum pada benda atau titik separasi di airfoil; kuantitas-kuantitas semacam ini akan dibahas dalam bab selanjutnya.

Untuk melakukan pengintegralan pada suatu luas atau volume, integralnya harus diketahui. Integralnya harus diberikan atau informasinya sudah tersedia sehingga dapat diaproksimasi dengan tingkat akurasi yang cukup tinggi. Terdapat berbagai integral yang aproksimasinya tidak dapat diaproksimasi, sehingga penyelesaiannya perlu menggunakan persamaan-persamaan diferensial untuk memberikan hubungan yang diinginkan; perhitungan-perhitungan aliran eksternal, seperti misalnya gaya angkat dan gaya hambat pada airfoil, biasanya berada dalam kategori ini. Dalam bab ini yang akan diberikan hanya soal-soal yang melibatkan kuantitas-kuantitas integral yang integralnya sudah diberikan atau dapat diproksimasi.

2.2 Transformasi Sistem-Ke-Volume-Kontrol

Ketiga hukum dasar yang diberkaitan dengan mekanika fluida seringkali disebut sebagai kekekalan massa, energi dan momentum. Dua yang terakhir lebih spesifik lagi disebut hukum pertama termodinamika dan hukum kedua Newton. Setiap hukum ini diekspresikan dengan menggunakan deskripsi pergerakan Lagrangian: hukum-hukum ini berlaku untuk suatu massa fluida tertentu. Hukum-hukum ini dinyatakan sebagai berikut:

Massa: massa suatu sistem tetap konstan.

Energi: laju perpindahan kalor suatu sistem dikurangi dengan usaha yang dilakukan oleh suatu sistem adalah sama dengan laju perubahan energi E dari sistem tersebut.

Momentum: gaya resultan yang bekerja pada suatu sistem sama dengan laju perubahan momentum dari sistem tersebut.

Setiap hukum ini selanjutnya akan diekspresikan secara matematis dengan mengenali bahwa, laju perubahan berlaku untuk sekumpulan partikel fluida dan kenyataan bahwa densitas, energi spesifik dan kecepatan dapat berubah dari titik ke titik. Di dalam volume yang dimaksud. Ini memerlukan derivatif material dan pengintegralan volume.

$$0 = \frac{D}{Dt} \int_{sys} \rho dV \quad (\text{massa}) \quad (2.1)$$

$$Q - W = \frac{D}{Dt} \int_{sys} e \rho dV \quad (\text{energi}) \quad (2.2)$$

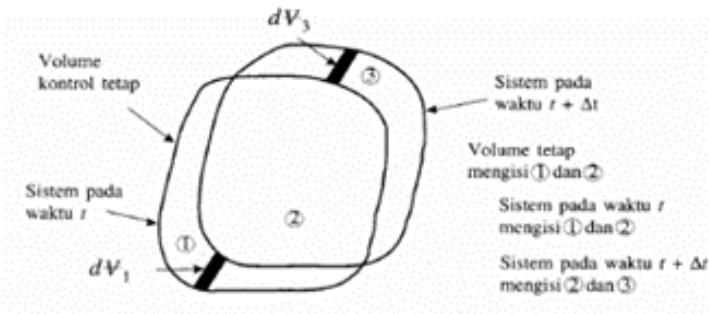
$$\sum F = \frac{D}{Dt} \int_{sys} v \rho dV \quad (\text{momentum}) \quad (2.3)$$

Dimana Q dan W menunjukkan energi persatuan waktu, e adalah energi spesifik. Sangatlah sulit untuk menerapkan pers. (2.1) hingga (2.3) secara langsung kesekumpulan partikel fluida ketika fluida bergerak di dalam suatu aliran pipa sederhana ataukah aliran melalui turbin yang lebih kompleks. Jadi, kita akan mengkonfersikan integral-integral yang diekspresikan dengan deskripsi lagrangian ini ke integral yang diekspresikan dengan deskripsi Eulerian. Ini merupakan penurunan merepotkan tapi sangat penting.

Dalam penurunan ini kita perlu melakukan pembedaan terhadap dua volume: volume kontrol yang merupakan volume tetap dalam ruang dan sistem yang merupakan gabungan partikel-partikel fluida. Gambar 2.1 mengilustrasikan perbedaan di antara kedua volume ini. Gambar ini mempresentasikan suatu volume tetap umum dalam ruangan yang dilewati suatu fluida yang mengalir. Kedua volume ditunjukkan pada waktu satu dan sedikit sesudahnya $t + \Delta t$. Kita akan memilih menggunakan energi $E = \int_{sys} e \rho dV$ untuk menunjukkan derivatif material; huruf kecil e menandakan energi spe-

sifik. Kemudian kita menuliskan, dengan mengasumsikan sebagai kuantitas yang kecil

$$\begin{aligned}
 \frac{DE_{sys}}{Dt} &= \frac{E_{sys(t+\Delta t)} - E_{sys}(t)}{\Delta t} \\
 &= \frac{E_{3(t+\Delta t)} - E_{2(t+\Delta t)} - E_1(t) - E_2(t)}{\Delta t} \\
 &= \frac{E_{2(t+\Delta t)} - E_1(t+\Delta t) - E_2(t) - E_1(t)}{\Delta t} + \frac{E_{3(t+\Delta t)} - E_2(t+\Delta t)}{\Delta t} \quad (2.4)
 \end{aligned}$$



Gambar 2.1 Sistem dan volume control tetap (Pustaka 1)

Di mana kita telah menambahkan dan mengurangi $E_{1(t+\Delta t)}$ pada baris terakhir. Perhatikan bahwa rasio pertama baris terakhir di atas merujuk pada volume sehingga

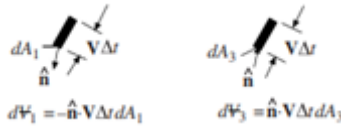
$$\frac{E_{2(t+\Delta t)} - E_1(t+\Delta t) - E_2(t) - E_1(t)}{\Delta t} = \frac{dE_{cv}}{dt} \quad (2.5)$$

Di mana derivatif biasa digunakan karena kita tidak lagi sedang mengikuti suatu massa fluida tertentu. Selain itu, kita telah menggunakan “cv” untuk menandakan volume kontrol (*control volume*). Rasio terakhir dalam Pers. (4.4) dihasilkan dari fluida yang mengalir ke dalam volume 3 dan keluar dari volume 1. Perhatikan volume-volume diferensial yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 dan ditunjukkan secara lebih rinci dalam Gambar. 2.2. perhatikan bahwa luas $A_1 + A_2$ sepenuhnya mengelilingi volume kontrol sehingga,

$$\begin{aligned}
 E_3(t + \Delta t) - E_1(t + \Delta t) &= \int_{A_1} e\rho\hat{n}\cdot V\Delta t dA_3 + \int_{A_1} e\rho\hat{n}\cdot\Delta t dA_1 \\
 &= \int_{cs} e\rho\hat{n}\cdot V dA
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

dimana “cs” adalah permukaan kontrol (*control surface*) yang mengelilingi volume kontrol. Memasukkan pers. (2.5) dan (2.6) ke dalam Pers. (2.4) menghasilkan teorema perpindahan Reynolds, yang merupakan suatu transformasi sistem-ke-volume-kontrol.

$$\frac{DE_{sys}}{Dt} = \frac{d}{dt} \int_{cv} e\rho dV + \int_{cs} e\rho\hat{n}\cdot V dA
 \tag{2.7}$$



Gambar 2.2 Elemen-elemen volume difensial dari Gambar 2.1

dimana secara umum e mempresentasikan property spesifik dari E . perhatikan bahwa kita dapat mengambil limit $\Delta t \rightarrow 0$ untuk membuat penurunan ini lebih ketat secara matematis.

Jika kita kembali ke persamaan energi Pers. (2.2), kita sekarang dapat melakukannya.

$$Q - W = \frac{d}{dt} \int_{cv} e\rho dV + \int_{cs} e\rho\hat{n}\cdot V dA
 \tag{2.8}$$

Jika kita jadikan $e = 1$ dalam pers. (2.7) [lihat Pers. (2.1)], maka diperoleh kekekalan massa. Ini adalah

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{cv} \rho dV + \int_{cs} \rho\hat{n}\cdot V dA
 \tag{2.9}$$

Dan akhirnya, jika kita menggantikan e dalam pers. (2.7) dengan vektor V [lihat Pers. (2.3)], diperoleh hukum kedua Newton:

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{cv} \rho V d\mathcal{V} + \int_{cs} V \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.10)$$

Ketiga persamaan ini dapat dituliskan dalam bentuk yang sedikit berbeda, dengan mengenali bahwa kita mengansumsikan volume kontrol tetap. Ini berarti bahwa limit dari integral pertama di sisi sebelah kanan dari setiap persamaan bersifat independen terhadap waktu. Jadi, derivatif waktu dapat dipindahkan ke dalam tanda integral jika diinginkan; perhatikan bahwa jika derivatif waktu dipindahkan ke dalam integral maka derivatif tersebut akan dituliskan sebagai derivatif parsial karena integransya secara umum bergantung pada x , y , z dan t . persamaan momentum akan mengambil bentuk

$$\sum F = \int_{cv} \frac{\partial}{\partial t} (\rho V) d\mathcal{V} + \int_{cs} V \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.11)$$

Tiga subbab selanjutnya akan mengaplikasikan bentuk-bentuk integral dari hukum-hukum dasar ini pada soal-soal dimana integralnya diberikan atau dapat diasumsikan.

2.3 Kekekalan Massa

Hubungan yang paling umum untuk kekekalan massa dengan deskripsi Eulerian yang berfokus pada volume yang telah disusun pada subbab 2.2 dan adalah,

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{cv} \rho d\mathcal{V} + \int_{cs} \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.12)$$

Karena limit-limit pada integral volume tidak bergantung pada waktu, ini dapat dituliskan

$$0 = \int_{cv} \frac{\partial}{\partial t} \rho d\mathcal{V} + \int_{cs} \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.13)$$

Jika aliran yang dicari dapat diasumsikan sebagai aliran tunak sehingga waktu tidak masuk kedalam pers. (2.13). persamaannya di sederhanakan menjadi

$$0 = \int_{cs} \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.14)$$

Aliran-aliran dimana densitasnya seragam disuatu area adalah jenis aliran yang terutama ingin diketahui dalam pembahasan mengenai fluida. Selain itu, kebanyakan aplikasi memiliki satu jalur masuk dan satu jalur keluar. Untuk soal demikian pers. (2.14) dapat dituliskan

$$\rho_2 A_2 \bar{V}_2 = \rho_1 A_1 \bar{V}_1 \quad (2.15)$$

Dimana tanda garis atau menandakan suatu rata-rata disuatu area, artinya $\bar{V} A = \int V dA$. perhatikan juga bahwa disuatu jalur masuk, kita menggunakan $\hat{n} V_2 = -V_1$ karena vektor satuan mengarah keluar dari volume dan arah kecepatan adalah ke dalam volume, Akan tetapi dijalur keluar $\hat{n} V_2 = -V_2$ karena kedua vektor memiliki arah yang sama.

Untuk aliran-aliran inkompresibel di mana densitas tidak berubah* diantara jalur masuk dan jalur keluar dan kecepatannya adalah seragam di setiap area. Kekekalan adalah seraga, di setiap area, kekekalan massa disederhanakan menjadi:

$$A_2 V_2 = A_1 V_1 \quad (2.16)$$

Setiap persamaan diatas kita sebut sebagai persamaan kontinuitas yang diberikan dalam pers. (2.16) akan sering digunakan. Persamaan-persamaan ini paling sering digunakan untuk menghubungkan berbagai kecepatan di bagian-bagian yang berbeda.

Kuantitas ρAV adalah fluks massa dan memiliki satuan kg/s (slug/sec). Kuantitas AV adalah laju aliran (atau pembuangan) dan memiliki satuan m^3/s (ft^3/sec atau cfs). Fluks massa biasanya digunakan dalam aliran gas dan pembuangan dalam aliran cairan. Definisi adalah

$$\begin{aligned} m &= \rho AV \\ Q &= AV \end{aligned} \tag{2.17}$$

dimana V adalah kecepatan rata-rata disuatu bagian.

Contoh

2.1 Air mengalir di dalam sebuah pipa berdiameter 6 cm dengan laju aliran $0.06 \text{ m}^3/\text{s}$. diameter pipa diturunkan menjadi 2.8 cm. Hitunglah kecepatan maksimum di dalam pipa. Hitung juga fluks massanya. Asumsikan profil aliran yang seragam.

Penyelesaian

Kecepatan maksimum di dalam pipa berada di mana diameternya paling kecil. Di bagian berdiameter 2,8 cm kita memiliki

$$\begin{aligned} Q &= AV \\ 0,02 &= \pi \times 0,014^2 V_2 \quad \therefore 32,5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Fluks massanya adalah

$$m = \rho Q = 1000 \times 0,02 = 20 \text{ kg/s}$$

2.2 Air mengalir ke dalam suatu volume yang berisi spons dengan laju aliran $0,02 \text{ m}^3/\text{s}$. Air keluar dari volume tersebut melalui dua tabung, satu berdiameter 2 cm dan yang lainnya dengan fluks massa 10kg/s . Jika kecepatan keluar dari tabung berdia-

metner 2 cm adalah 15 m/s, tentukanlah laju perubahan massa di dalam volume tersebut.

Penyelesaian

Persamaan kontinuitas (2.12) digunakan. Ini dituliskan dalam bentuk

$$0 = \frac{dm}{dt} + m_2 + \rho A_3 V_3 - \rho Q_1$$

dimana $m_{vol} = \int \rho dV$ dan kedua jalur keluar dan jalur masuk berkontribusi pada ketiga suku lainnya. Dengan menuliskan suku derivatifnya dengan m_{vol} persamaan kontinuitas menjadi

$$\begin{aligned} m_{vol} &= \rho Q_1 - m_3 - \rho A_3 V_3 \text{ kg/s} \\ &= 1000 \times 0,02 - 10 - 1000 \times \pi \times 0,01^2 \times 15 = 5,29 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

2.4 Persamaan Energi

Hukum pertama termodinamika, atau singkatnya, persamaan energi, memiliki kegunaan pada saat perpindahan kalor atau usaha yang ingin diketahui. Jika pada intinya tidak terjadi perpindahan kalor dan tidak ada usaha eksternal dari pompa atau alat lainnya, persamaan energi memungkinkan kita menghubungkan tekanan, kecepatan dan ketinggian. Kita lihat bagaimana persamaan ini disusun. Kita mulai dengan persamaan energi (2.8) dalam bentuk umumnya

$$Q - W = \frac{d}{dt} \int_{cv} e \rho V + e \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.18)$$

Kebanyakan aplikasi memungkinkan kita untuk menyederhanakan persamaan ini dengan mengansumsikan aliran tunak yang seragam dengan satu jalur masuk dan satu jalur keluar. Persamaan energi disederhanakan

$$Q - W = e_2 \rho_2 V_2 A_2 - e_1 \rho_1 V_1 A_1 \quad (2.19)$$

Di mana kita telah menggunakan $\hat{n} \cdot V = -V_1$ dijalur masuk. Dengan menggunakan persamaan kontinuitas (2.15), ini dituliskan

$$Q - W = m(e_2 - e_1) \quad (2.20)$$

Suku laju usaha dihasilkan oleh gaya yang bergerak dengan suatu kecepatan $W = F \cdot V$. Gaya ini dapat berupa tekanan atau gaya geser yang dikalikan dengan suatu luas. Jika alirannya berada di dalam sebuah pipa atau saluran, dinding-dindingnya tidak bergerak jadi tidak terdapat usaha yang dilakukan oleh dinding-dinding. Jika terdapat sebuah sabuk bergerak, bisa terjadi masukan usaha yang disebabkan oleh gaya geser di antara sabuk dan fluida. Suku-suku laju usaha yang paling umum dijumpai dihasilkan oleh gaya-gaya tekanan di jalur masuk dan keluar (tekanan diasumsikan seragam pada setiap area) dan oleh setiap alat yang diletakkan di antara jalur masuk dan keluar. Suku laju usaha diekspresikan sebagai :

$$W = p_2 A_2 V_2 - p_1 A_1 V_1 + W_s \quad (2.21)$$

Di mana keluaran daya dianggap positif dan W_s adalah keluaran daya poros dari volume kontrol (pompa merupakan daya negatif dan turbin memberikan daya positif). Dengan menggunakan ekspresi e , maka Pers (2.20) menjadi

$$Q - p_2 A_2 V_2 + p_1 A_1 V_1 - W_s = m \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \hat{u} - \frac{V_1^2}{2} - gz_1 + \hat{u}_1 \right) \quad (2.22)$$

Suku perpindahan kalor dan suku-suku energi internal membentuk rugi-rugi dalam aliran (efek-efek kekentalan menyebabkan perpindahan kalor dan/atau kenaikan energi internal). Bagilah Pers (2.22) dengan mg dan disederhanakan menjadi

$$-\frac{w_s}{mg} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 - \frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{v_1^2}{2g} - z_1 + h_L \quad (2.23)$$

Di mana kita telah memasukkan suku kerugian h_L , yang disebut kerugian *head*, suku ini adalah $h_L = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1)/g + Q/mg$. Aliran inkompresibel terjadi dalam banyak aplikasi, sehingga $\gamma_1 = \gamma_2$. Kita ingat bahwa γ untuk air adalah 9810 N/m^3 ($62,4 \text{ lb/ft}^3$)

Suku kerugian *head* seringkali diekspresikan dalam bentuk koefisien kerugian K

$$h_L = K \frac{v^2}{2g} \quad (2.24)$$

Di mana V adalah suatu kecepatan karakteristik di dalam aliran; jika kecepatan ini tidak dapat diketahui dengan jelas definisinya akan diberikan.

Suku h_L disebut kerugian head karena memiliki dimensi panjang. Kita juga menyebut $V^2/2g$ sebagai *head* kecepatan (*velocity head*), p/γ sebagai *head* tekanan (*pressure head*) dan z sebagai *head*. Penjumlahan ketiga suku ini adalah *total head*. Suku usaha poros dalam Pers. (2.23) biasanya diperoleh dari pompa atau turbin. Jika dari pompa, kita mendefinisikan *head* pompa H_p sebagai

$$H_p = \frac{-W_s}{mg} = \frac{\eta_p W_p}{mg} \quad (2.25)$$

Dimana W_p adalah masukan usaha ke pompa dan η_p adalah efisiensi pompa. Untuk turbin H_T adalah

$$H_T = \frac{W_s}{mg} = \frac{W_T}{mg\eta_T} \quad (2.26)$$

Dimana W_T adalah keluaran daya dari turbin η_T adalah efisien turbin. Daya memiliki satuan watt [(ft-lb)/sec] atau daya kuda.

Jika alirannya tidak seragam di jalur masuk dan keluar, pengintegralan harus dilakukan untuk memperoleh kinetik. Laju energi kinetik melintasi suatu luas adalah

$$\text{laju energi kinetik} = \int \frac{V^2}{2} \rho dA = \frac{1}{2} \int \rho V^3 dA \quad (2.27)$$

Jika distribusi kecepatannya diketahui, pengintegralan ini dapat dilakukan. Faktor koreksi energi kinetik α didefinisikan sebagai

$$\alpha = \frac{\int V^3 dA}{V^3 A} \quad (2.28)$$

Suku energi kinetik dapat dituliskan

$$\frac{1}{2} \rho \int V^3 dA = \frac{1}{2} \rho \bar{V}^3 A \quad (2.29)$$

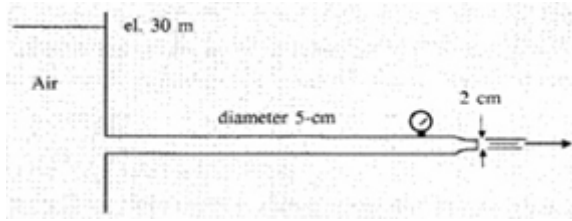
Sehingga, untuk aliran-aliran tak seragam, persamaan energi mengambil bentuk

$$\frac{W_s}{mg} = \alpha^2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma_2} - \alpha^2 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} - z_1 + \frac{p_1}{\gamma_1} + h_L \quad (2.30)$$

Dimana \bar{V}_1 dan \bar{V}_2 masing-masing adalah kecepatan rata-rata dibagian 1 dan 2. Persamaan (2.30) digunakan jika α diketahui; untuk profil parabolik, $\alpha = 2$ di dalam pipa dan $\alpha = 1.5$ diantara pelat-pelat paralel. Untuk aliran turbulen (kebanyakan aliran dalam aplikasi teknik), $\alpha \cong 1$.

Contoh

2.3 Air mengalir dari sebuah penampung dengan ketinggian 30 m melalui sebuah pipa berdiameter 5 cm yang memiliki nozel berdiameter 2 cm yang terpasang di ujung pipa, seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.3. Koefisien rugi untuk keseluruhan pipa (rugi-rugi melalui nozel dapat diabaikan). Nozel berada pada ketinggian 10 m.



Gambar 2.3

Penyelesaian

Persamaan energi dituliskan dalam bentuk

$$\frac{W_s}{mg} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} - \frac{V_1^2}{2g} - z_1 - \frac{p_1}{\gamma} + K \frac{V^2}{2g}$$

Di mana tekanan adalah 0 di permukaan 1 dan dijalur keluar 2, kecepatan adalah 0 di permukaan dan tidak terdapat usaha poros (tidak terdapat pompa atau turbin). Koefisien rugi didasarkan pada kecepatan karakteristik V didalam pipa dan tidak pada kecepatan keluar V_2 . Gunakan persamaan kontinuitas untuk menghubungkan kedua kecepatan:

$$V = \frac{A_2}{A} V_2 = \frac{d_2^2}{d^2} V_2 = \frac{4}{25} V_2$$

Persamaan energi memberikan

$$0 = \frac{V_2^2}{2g} + 10 - 30 + 1.2 \left(\frac{4}{25} \right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \quad \therefore V_2 = 19.5 \text{ m/s}$$

Tekanan tepat sebelum nozel diperoleh dengan mengaplikasikan persamaan energi melintasi nozel dengan mengasumsikan tidak terjadi rugi-rugi (persamaan Bernouli juga dapat digunakan). Bentuknya adalah,

$$-\frac{W_s}{mg} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \frac{V^2}{2g} - \frac{p}{\gamma} - z$$

Di mana area 2 berada di jalur keluar dan p dan V berada di depan nozel. Persamaan energi memberikan

$$0 = \frac{19.5^2}{2 \times 9.81} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \left(\frac{4}{25}\right)^2 \frac{19.5^2}{2 \times 9.8} - \frac{p}{9810}$$

$$\therefore p = 185\,000 \text{ Pa atau } 185.3 \text{ kPa}$$

2.4 Sepasang suami-istri yang sadar lingkungan memutuskan untuk membendung parit yang mengalir disamping rumah mereka dan memperkirakan bahwa mereka dapat menghasilkan head 4 m di atas lubang keluar turbin yang baru mereka beli. Parit diasumsikan memiliki laju aliran 0,8 m³/s. Berapakah keluaran daya maksimum dari turbin jika diasumsikan tidak terjadi rugi-rugi dan kecepatan dikeluarkan turbin adalah 3,6 m/s?

Penyelesaian

Persamaan energi diaplikasikan sebagai berikut:

$$-\frac{W_T}{mg} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \frac{V_1^2}{2g} - \frac{p_1}{\gamma} - z_1 + h_L$$

Daya dihasilkan hanya oleh *head* di atas air; kecepatan yang keluar mengurangi daya. Diperoleh, dengan menggunakan $m = \rho Q = 1000 \times 0,8 = 800 \text{ kg/s}$.

$$W_T = mgz_1 - m \frac{V_2^2}{2}$$

$$W_T = 800 \times 9.81 \times 4 - 800 \frac{3.6^2}{2} = 26\,200 \text{ J/s atau } 2.6 \text{ kW}$$

Kita akan menunjukkan bahwa satuan pada mgz_1 adalah J/s. Satuan pada mgz_1 adalah $\frac{\text{kg}}{\text{s}} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{J/s}$ di mana, dari $F = ma$, kita lihat bahwa $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$. Jika satuan-satuan yang benar dimasukkan ke dalam persamaan-persamaan yang kita gunakan, satuan-satuannya akan menjadi sebagaimana diharapkan, artinya, satuan pada W_T haruslah J/s.

2.5 Persamaan Momentum

Jika perhitungan melibatkan gaya, seringkali kita perlu menerapkan hukum kedua Newton, persamaan momentum, ke soal yang dihadapi. Untuk suatu volume umum, dengan menggunakan deskripsi pergerakan Eulerian. Persamaan momentum dapat dituliskan dalam bentuk yang paling umum untuk sebuah volume kontrol tetap sebagai

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{cv} \rho V dV + \int_{cs} V \rho \hat{n} \cdot V dA \quad (2.31)$$

Ketika mengaplikasikan persamaan ini pada sebuah volume kontrol, kita harus berhati-hati untuk memasukkan semua gaya yang bekerja pada volume kontrol tersebut, jadi sangatlah penting untuk membuat sketsa volume kontrol dan menunjukkan gaya-gaya sketsa tersebut. (Volume kontrol menggantikan diagram benda bebas yang digunakan dalam mata-mata kuliah statistika, dinamika dan solid).

Dalam kebanyakan kasus kita menjumpai aliran-aliran tunak yang seragam dengan satu jalur masuk dan satu jalur keluar. Untuk aliran-aliran demikian, Pers. (2.31) tereduksi menjadi

$$\sum F = \rho_2 A_2 V_2 V_2 - \rho_1 A_1 V_1 V_1 \quad (2.32)$$

Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, maka persamaan momentum disederhanakan menjadi,

$$\sum F = m(V_2 - V_1) \quad (2.33)$$

Ini adalah bentuk yang paling sering digunakan dalam perhitungan yang melibatkan gaya. Ini merupakan persamaan vektor yang terdiri dari tiga persamaan scalar dalam sistem koordinat kartesian

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= m(V_{2x} - V_{1x}) \\
\sum F_y &= m(V_{2y} - V_{1y}) \\
\sum F_z &= m(V_{2z} - V_{1z})
\end{aligned}
\tag{2.34}$$

Jika profil dijalar masuk dan keluar tidak seragam. Pers. (2.31) harus digunakan dan pengintegralan dilakukan atau menggunakan faktor koreksi momentum, jika diketahui. Faktor ini diperoleh dari

$$\int_A V^2 dA = \beta \int_{cs} \bar{V}^2 A
\tag{2.35}$$

Jadi persamaan momentum untuk melakukan aliran tunak dengan satu jalur masuk dan jalur keluar menjadi

$$\sum F = m(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)
\tag{2.36}$$

Dimana V_1 dan V_2 merepresentasikan vektor-vektor kecepatan rata-rata di kedua area tersebut.

Untuk profil-profil parabolik. $\beta = 1,33$ Untuk pipa dan $\beta = 1,2$ untuk pelat-pelat paralel. Untuk aliran turbulen (kebanyakan aliran dalam aplikasi teknik), $\beta = 1$.

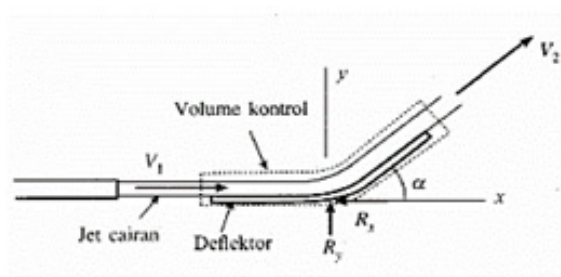
Suatu aplikasi penting dari persamaan momentum adalah pada deflector (atau bilah) pompa, turbin atau kompresor. Aplikasinya melibatkan baik deflektor stasioner maupun deflektor bergerak. Asumsi-asumsi berikut berlaku untuk keduanya:

- Gaya gesekan di antara fluida dan deflektor dapat diabaikan
- Tekanan diasumsikan konstan ketika fluida bergerak melalui deflektor
- Gaya benda diasumsikan dapat diabaikan
- Efek penyebaran arus aliran ke arah samping diabaikan.

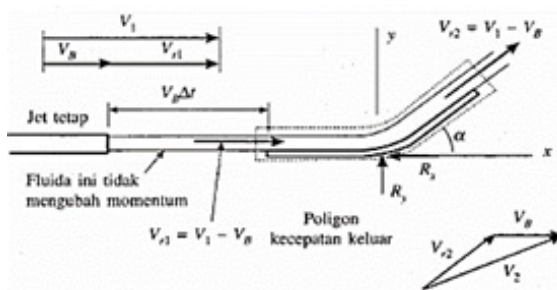
Sketsa dari sebuah deflektor stationer ditunjukkan dalam Gbr. 2.4. persamaan Bernoulli memprediksi bahwa kecepatan fluida tidak akan berubah ($V_1 = V_2$) ketika fluida bergerak melalui deflektor karena tekanannya tidak berubah, tidak terdapat gesekan, alirannya tunak dan gaya-gaya benda dapat diabaikan. Persamaan-persamaan momentum komponen adalah:

$$\begin{aligned}
 -R_x &= m(V_2 \cos \alpha - V_1) = mV_1(\cos \alpha - 1) \\
 R_y &= mV_2 \sin \alpha = mV_1 \sin \alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.37}$$

Jika informasi yang diperlukan diberikan. Komponen-komponen gayanya dapat dihitung.



Gambar 2.4 Deflektor stationer (Pustaka 1)



Gambar 2.5 Suatu Deflektor yang bergerak (Pustaka 1)

Analisis terhadap suatu deflektor bergerak lebih rumit. Apakah suatu *deflector* tunggal (sebuah sekop air untuk memperlambat laju kereta cepat) ataukah suatu rangkaian *deflector* seperti dalam turbin? Pertama-tama, kita akan membahas sebuah deflektor yang bergerak dengan kecepatan V_B seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.5. Bingkai referensinya melekat ke deflektor sehingga alirannya menjadi tunak terhadap bingkai referensi tersebut*. *Deflector* melihat kecepatan dari fluida yang datang sebagai kecepatan relatif V dan kecepatan relative inilah yang diprediksi oleh persamaan Bernouli akan tetap konstan di sepanjang *deflector*, artinya, $V_{r2} = V_{r1}$. Kecepatan dari fluida yang keluar dari nozel yang tetap adalah V_1 , jadi persamaan momentum memberikan

$$\begin{aligned} -R_x &= m_r (V_1 - V_g)(\cos \alpha - 1) \\ R_y &= m_r (V_1 - V_g) \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.38)$$

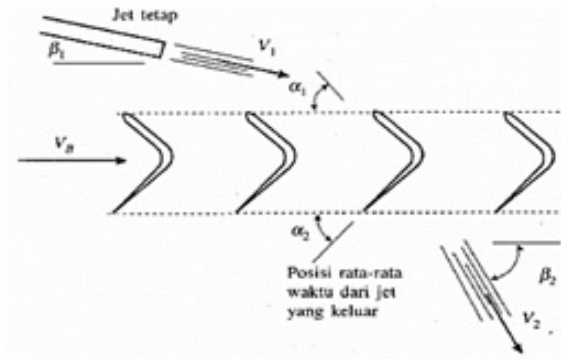
Di mana m adalah bagian dari fluida yang keluar yang momentumnya telah berubah. Dengan Bergeraknya deflektor menjauhi nozel, fluida yang direpresentasikan oleh panjang $V_g \Delta t$ tidak mengalami perubahan momentum. Fluks massa dari fluida yang mengalami perubahan momentum adalah

$$m_r = \rho A (V_1 - V_g) \quad (2.39)$$

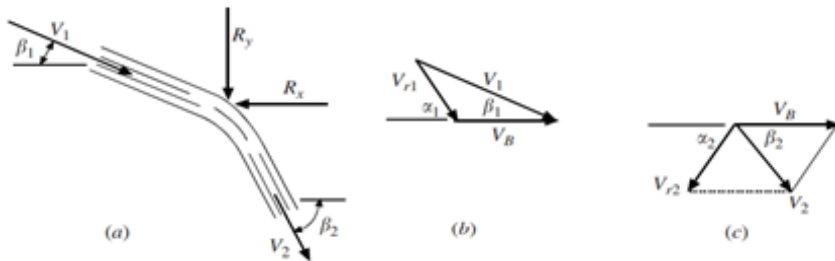
Jadi ini adalah fluks massa yang digunakan dalam ekspresi-ekspresi untuk komponen-komponen gaya.

Untuk suatu rangkaian bilah-bilah, nozel-nozel biasanya diarahkan sedemikian rupa sehingga fluida memasuki bilah-bilah dari samping suatu sudut β_1 , dan keluar dari bilah-bilah dengan sudut β_2 , seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.6. bilah-bilah di rancang sehingga kecepatan masuk relatif V_n memasuki bilah-bilah dengan arah de-

ngan arah tangensial terhadap bilah (kecepatan relatif selalu keluar dengan arah tangensial terhadap bilah) seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.7 kecepatan relatif yang besarnya tetap konstan ketika fluida bergerak melalui bilah, artinya $V_1 = V_2$ kita juga perhatikan bahwa



Gambar 2.6 Suatu rangkaian bilah



Gambar 2.7 (a) Posisi rata-rata jet, (b) polygon kecepatan masuk, dan (c) polygon kecepatan keluar

Semua fluida yang keluar dari jet yang bergerak memiliki momentum yang telah berubah. Jadi, ekspresi untuk komponen x dari gaya adalah

$$-R_x = m(V_{2x} - V_{1x}) \quad (2.40)$$

Komponen x dari gaya inilah yang memungkinkan daya untuk dihitung; komponen y tidak melakukan usaha sehingga tidak memberikan kontribusi pada daya. Daya diperoleh dari

$$W = NRV \quad (2.41)$$

Dimana N adalah jumlah jet di dalam alat dan kita telah mengamati bahwa gaya R bergerak dengan kecepatan V

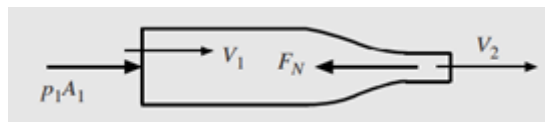
Contoh

2.5 Sebuah selang berdiameter 10 cm dijaga tekanan 1600 kPa untuk menyirami api dari sebuah tanker. Di ujung selang terdapat sebuah nozel berdiameter 2,5 cm. estimasikanlah gaya yang diberikan oleh air pada nozel tersebut. Di dalam nozel yang pendek rugi-rugi dapat diabaikan.

Penyelesaian

Sketsa dari air yang berada di dalam nozel sangat penting sehingga volume kontrolnya dapat diidentifikasi dengan benar. Sketsa ini ditunjukkan dalam Gbr. 2.8. perhatikan bahwa $\rho_2=0$ dan kita memperkirakan gaya F_g dari nozel pada air bekerja ke arah kiri. Kecepatan di depan nozel dan di keluaran nozel perlu diketahui. Kontinuitas memberikan

$$A_2 V_2 = A_1 V_1 \quad \therefore V_2 = \frac{10^2}{2,5^2} V_1 = 16V_1$$



Gambar 2.8

Persamaan energi mengharuskan

$$\frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} g z_2 = \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} g z_1 + h_2 \text{ dan}$$

$$16^2 \frac{V_1^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{1\,600\,000}{1000} \quad \therefore V_1 = 3,5 \text{ m/s} \quad \therefore V_2 = 56,68 \text{ m/s}$$

Maka persamaan momentum memberikan

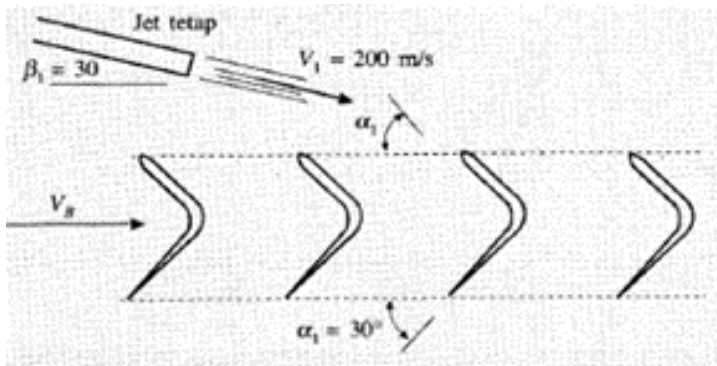
$$p_1 A_1 - F_N = m(V_2 - V_1) = \rho A_1 V_1 = 15 \rho A_1 V_1^2$$

$$1\,600\,000 \times \pi \times 0,05^2 - F_N = 15 \times 1000 \times \pi \times 0,05^2 \times 3,54^2$$

$$\therefore F_N = 12\,400 \text{ N}$$

Gaya dari air pada nozel besarnya sama dengan arah yang berlawanan dengan F .

- 2.6** Sebuah turbin uap memiliki delapan nozel berdiameter 4 cm yang masing-masing menyemburkan uap pada 200 m/s seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.9. bilah-bilah turbinnnya bergerak 80 m/s dan densitas uapnya adalah 2,2 kg/m³. Hitunglah keluaran daya maksimumnya jika diasumsikan tidak terjadi rugi-rugi



Gambar 2.9

Penyelesaian

Sudut α ditentukan dari poligon kecepatan dalam Gbr. 2.7(b). Untuk komponen-komponen x dan y , dengan menggunakan $V_1 = 200$ m/s dan $V_g = 80$ m/s, kita memiliki

$$\begin{aligned}200 \sin 30^\circ &= V_n \sin \alpha_1 \\200 \cos 30^\circ &= 80 + V_n \cos \alpha_1\end{aligned}$$

Terdapat dua variabel yang tidak diketahui dalam kedua persamaan di atas: V_n dan α_1 . Penyelesaian secara simultan menghasilkan

$$V_n = 136,7 \text{ m/s dan } \alpha_1 = 47,0^\circ$$

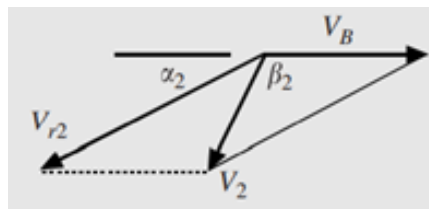
Dengan menghasilkan rugi-rugi dapat diperoleh $V_{r2} = V_n = 136,7$ m/s sehingga poligon kecepatan di jalur keluar [Gbr.2.7(c)] memberikan

$$\begin{aligned}V_2 \sin \beta_2 &= 136,7 \sin 30^\circ \\V_2 \cos \beta_2 &= 80 - 136,7 \cos 30^\circ\end{aligned}$$

Kedua persamaan ini diselesaikan untuk memberikan

$$V_2 = 78,39 \text{ m/s dan } \beta_2 = 119,3^\circ$$

Amati bahwa poligon kecepatan keluar tampak seperti dalam Gbr. 2.10



Gambar 2.10

Gaya yang bekerja pada bilah-bilah yang disebabkan oleh satu nozel adalah

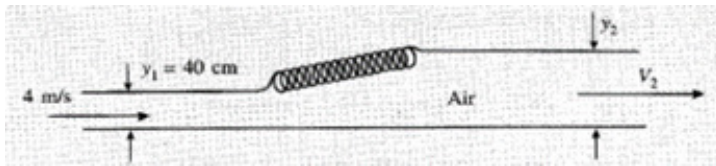
$$-F = m(V_{2x} - V_{1x})$$

$$= 2,2 \times \pi \times 0,02^2 (-78,39 \cos 60,7^\circ - 200 \cos 30^\circ) \quad \therefore F = 11,7$$

Jadi keluaran dayanya adalah

$$W = N \times F \times V_B = 8 \times 11,7 \times 80 = 7488 \text{ W atau } 10,04 \text{ hp}$$

2.7 Aliran air yang lumayan deras di dalam sebuah saluran persegi horizontal dapat secara tiba-tiba “melompat” ke tingkat yang lebih tinggi (yang mungkin disebabkan oleh suatu penghalang dibagian hilir). Ini disebut sebagai lompatan hidrolik. Untuk situasi yang ditunjukkan dalam Gbr. 2.11, hitunglah kedalaman dibagian hilir. Asumsikan aliran seragam.



Gambar 2.11

Penyelesaian: untuk saluran yang pendek, gaya gesekan pada dinding dapat diabaikan. Gaya-gaya yang bekerja pada air adalah F yang bekerja ke arah kanan dan F yang bekerja ke arah kiri: besarnya adalah (asumsikan lebar w)

$$F_1 = \gamma \bar{h}_1 A_1 = 9810 \times 0,20 \times 0,40w = 785w \text{ dan}$$

$$F_2 = \gamma \bar{h}_2 A_2 = \gamma \frac{y_2}{2} \times y_2 w$$

Dengan menerapkan persamaan diperoleh

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m(V_2 - V_1) = \rho A_1 V_1 (V_2 - V_1) \\ 785w - 4905 \times wy_2^2 &= 1000 \times 0,4w \times 4(V_2 - 4)\end{aligned}$$

Lebar w dapat dikeluarkan dari persamaan ini, akan tetapi terdapat dua variabel yang tidak diketahui, y_2 dan V_2 . persamaan kontinuitas menghubungkan kedua variabel ini

$$\begin{aligned}A_2 V_2 &= A_1 V_1 \\ wy_2 V_2 &= w \times 0,4 \times 4 \quad \therefore V_2 = \frac{1,6}{y_2}\end{aligned}$$

Masukkan ini ke dalam persamaan momentum dan peroleh

$$785 - 4905y_2^2 = 1600\left(\frac{1,6}{y_2} - 4\right)$$

Ini adalah persamaan kubik, akan tetapi dengan sedikit kecerdasan yang dapat menjadi kuadrat. Jika kira faktorkan:

$$7^2(4 - 10y_2)(4 - 10y_2) = \frac{1600}{y_2}(1,6 - 4y_2) = \frac{1600}{2,5y_2}(4 - 10y_2)$$

Faktor $(4 - 10y_2)$ terbagi habis sehingga diperoleh persamaan kuadrat

$$y_2^2 + 4y_2 - 1,306 = 0$$

Persamaan ini memiliki dua akar. Satu yang diinginkan adalah

$$y_2 = 2,12 \text{ m}$$

Efek yang cukup menarik ini mirip dengan getaran kejut (Shock wave) yang terbentuk dalam aliran gas supersonik. Ini merupakan cara alam untuk menggerakkan sesuatu yang bergerak cukup cepat ke sesuatu yang bergerak jauh lebih lambat sambil menjaga

kontinuitas dan momentum. Sejumlah besar energi terbuang ketika terjadi perubahan mendadak melalui lompatan hidrolis ini; besarnya dapat diketahui melalui persamaan energi.

2.6 Soal-Soal dan Penyelesaian

2.6.1 Sebuah balon diisi dengan air di saat diameternya 50 cm. Jika laju aliran ke dalam balon adalah 200 galon/menit, berapakah laju pertambahan diameternya?

Laju pertambahan volume balon adalah

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{2} D^2 \frac{dD}{dt}$$

Konversikan galon per menit menjadi m/s

$$\frac{200 \text{ galon}}{\text{menit}} \times 0,003785 \frac{\text{m}^3}{\text{galon}} \times \frac{1 \text{ menit}}{60 \text{ detik}}$$

Kedua persamaan di atas harus setara jika massa ingin di konversasi (dalam kasus ini, volume terkonversasi karena air bersifat inkompresibel). Ini memberikan

$$\frac{\pi}{2} \times 0,50^2 \times \frac{dD}{dt} = 0,01262 \quad \therefore \frac{dD}{dt} = 0,0321 \text{ m/s}$$

2.6.2 Udara pada 40°C dan 250 kPa mengalir di dalam sebuah pipa berdiameter 32 cm pada 10 m/s. Diameter pipa berubah menjadi 20 cm dan densitas udara berubah 3.5 kg/m³. hitunglah kecepatan di dalam pipa dengan diameter yang lebih kecil.

Persamaan kontinuitas (2.15) digunakan

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \quad \therefore \frac{p_1}{RT_1} \pi \frac{d_1^2}{4} V_1 = \rho_2 \pi \frac{d_2^2}{4} V_2 \quad \therefore V_2 = \frac{d_1^2}{\rho_2 d_2^2 RT_1} V_1$$

Masukkan informasi yang diberikan ke dalam persamaan ini dan

$$V_2 = \frac{d_1^2 p_1}{\rho_2 d_2^2 R T_1} V_1 = \frac{0,30^2 \times 350}{3,5 \times 0,20^2 \times 0,287 \times 3,13} \times 10 = 28,5 \text{ m/s}$$

Perhatikan: Tekanan yang diberikan diasumsikan berupa tekanan alat ukur. Sehingga 100 kPa harus ditambahkan untuk mengkonversikannya menjadi tekanan absolut. Tekanan dinyatakan dalam kPa karena konstanta gas memiliki satuan kJ/(kg.K)

2.6.3 Suatu cairan mengalir sebagai aliran seragam di dalam sebuah saluran persegi 2 cm × 4 cm. aliran keluar melalui sebuah pipa berdiameter 2 cm dengan profil parabola. Jika kecepatan maksimum di dalam pipa adalah 4 m/s. berapakah kecepatan di dalam saluran persegi tersebut?

Persamaan dari parabola untuk $u(r)$ harus memberikan kecepatan 4 m/s di $r = 0$ dan di $r = 0,01$ m. Profil kecepatan yang memberikan ini adalah

$$u(r) = 40\,000(0,01^2 - r^2)$$

Persamaan kontinuitas dari aliran inkompresibel (fluidanya berupa cairan) memiliki bentuk

$$A_1 V_1 = \int_{A_2} u(r) dr = \int_0^{0,01} 40\,000(0,01^2 - r^2) dr$$

dimana $2\pi r$ di dalam integral adalah luas diferensial yang dilewati aliran fluida. Persamaan di atas memberikan

$$V_1 = \frac{40\,000 \times 2\pi}{0,02 \times 0,04} \left(0,01^2 \times \frac{0,01^2}{2} \times \frac{0,01^4}{4} \right) = 0,785 \text{ m/s}$$

2.6.4 Sebuah turbin dirancang untuk mengambil energi dari sebuah sumber air yang mengalir melalui sebuah pipa berdiamete-

ter 10 cm pada tekanan 800 kPa dengan kecepatan rata-rata 10 m/s. Jika turbin tersebut 90% efisien. Berapa energi yang dapat dihasilkan jika air dibuang ke atmosfer melalui sebuah pipa berdiameter 20 cm?

Laju aliran dan kecepatan di lubang keluar adalah

$$Q = A_1 V_1 = \pi \times 0,05^2 \times 10 = 0,0854 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V_2 = V_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 10 \times \frac{10^2}{20^2} = 2,5 \text{ m/s}$$

Tekanan di lubang keluar diasumsikan atmosfer, artinya, Persamaan energi diaplikasikan di antara lubang masuk dan keluar dari turbin

$$-\frac{W_s}{mg} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 - \frac{p_1}{\gamma_1} - z_1 + h_L$$

di mana suku rugi *head* dihilangkan dan dimasukkan sebagai tingkat efisiensi dari turbin. Dengan memasukkan informasi yang tepat akan diperoleh

$$-\frac{W_s}{1000 \times 0,0854} = \frac{2,5^2 - 10^2}{2} - \frac{80\,000}{1000} \quad \therefore W_s = 72\,300 \text{ w}$$

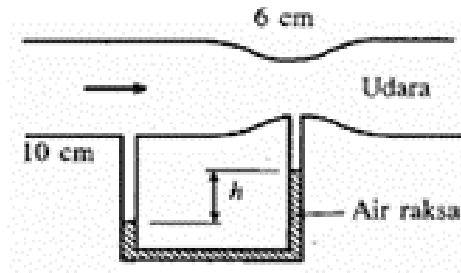
ini adalah daya yang diambil dari air. Daya yang dihasilkan akan lebih kecil daripada ini dikarenakan adanya rugi-rugi melalui turbin yang diukur melalui tingkat efisiensi, jadi

$$W_T = \eta_T W_s = 0,9 \times 72,3 = 65,1 \text{ kW}$$

Periksalah satuan-satuan pada persamaan-persamaan diatas untuk memastikan konsistensinya.

2.6.5 Laju aliran di dalam suatu pipa ditentukan dengan menggunakan meter venturi yang ditunjukkan dalam Gbr 2.12. dengan menggunakan informasi yang diberikan di dalam

gambar dan $h = 4$ cm, hitunglah laju aliran dengan mengasumsikan aliran seragam dan tidak terjadi rugi-rugi (asumsi-asumsi ini dapat di terima untuk aliran yang sangat turbulen).



Gambar 2.12

Manometer ini memungkinkan tekanan-tekanan (yang diukur digaris tengah pipa) untuk saling dihubungkan

$$p_1 + 9810z + 0,04 \times 9810 = p_2 + 9810 + z + 0,04 + 13,6 + 9810$$

$$\therefore p - p_2 = 4944 \text{ Pa}$$

Di mana z diukur dari puncak air raks ke garis tengah. Persamaan kontinuitas menghubungkan V_1 ke V_2 ,

$$V_2 = V_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{10^2}{6^2} V_1 = 2,778 V_1$$

Persamaan energi kemudian digunakan untuk memperoleh,

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \text{ atau } \frac{2,2778^2 V_1^2 - V_1^2}{2 \times 9,81} = \frac{4944}{9810}$$

$$\therefore V_1 = 1,213 \text{ m/s}$$

Laju alirannya adalah,

$$Q = A_1 V_1 = 0,25 \times 3,5 \times 2,2 = 1,925 \text{ m}^3/\text{s}$$

2.6.6 Sebuah bendungan diusulkan untuk suatu aliran yang memiliki kedalaman 25 cm dan lebar 350 cm dengan kecepatan rata-rata 2.2 m/s. jika bendungan tersebut dapat dibangun sehingga permukaan bebas berada 10 m di atas permukaan turbin, estimasikanlah keluaran daya maksimum yang dihasilkan turbin dengan efisiensi 88 persen.

Laju aliran dari air yang mengalir melalui turbin adalah

$$Q = A_1 V_1 = 0,25 \times 3,5 \times 2,2 = 1,925 \text{ m}^3/\text{s}$$

Persamaan energi diaplikasikan di antara permukaan penampung di belakang bendungan, dimana $p_1 = 0$, $V_1 = 0$ dan $z_1 = 10$ m dan keluaran dari turbin di mana kita di asumsikan, untuk menghasilkan keluaran daya maksimum, bahwa $V_2 = 0$, $p_2 = 0$, dan $z_2 = 0$

$$\frac{W_s}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_1} + z_2 = \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{V_1^2}{2g} - z_1 + h_1$$

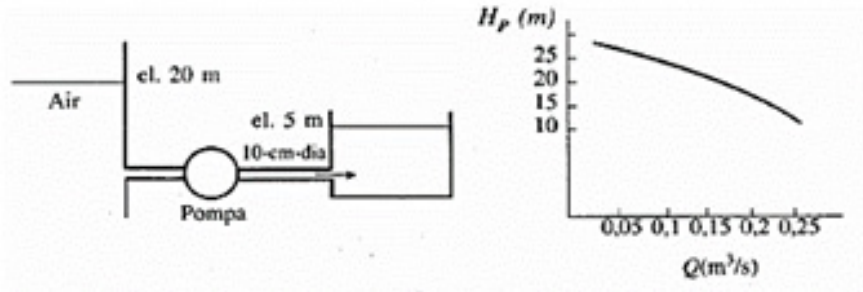
atau

$$W_s = mgz_1$$

Rugi-rugi sudah termasuk di dalam tingkat efisiensi. Keluaran maksimum turbin adalah

$$W_T = \eta_T W_s = 0,88 \times 189 = 166 \text{ kW}$$

2.6.7 Sebuah pompa digunakan untuk memompa air dari sebuah penampung ke tangka air seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.13. kebanyakan pompa memiliki kurva pompa yang menghubungkan kebutuhan daya pompa dengan laju aliran, seperti yang diberikan dalam gambar tersebut. Estimasikanlah laju aliran yang dihasilkan oleh pompa. Koefisien rugi secara keseluruhan adalah $K = 4$.



Gambar 2.13

Koefisien ruginya adalah berdasarkan kecepatan rata-rata di dalam pipa. Persamaan energi yang diaplikasikan di antara kedua permukaan air memiliki bentuk

$$\frac{W_r}{mg} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - z_1 + h_1 = z_2 - z_1 + K \frac{V^2}{2g} = 15 + 4 \frac{Q^2}{\pi \times 0,05^2 \times 2g}$$

Maka persamaan energinya adalah [lihat Pers. (2.25)]

$$H_p = 15 + 26Q^2$$

Persamaan energi ini dan persamaan yang di presentasikan oleh kurva pompa di dalam gambar diselesaikan secara simultan sebagai berikut

$$\text{coba } Q : 0,1 : (H_p)_{\text{kurva}} = 24 \text{ m} \quad \text{dan } (H_p)_{\text{energi}} = 15,3 \text{ m}$$

$$\text{coba } Q : 0,2 : (H_p)_{\text{kurva}} = 17 \text{ m} \quad \text{dan } (H_p)_{\text{energi}} = 16 \text{ m}$$

Jadi estimasinya adalah $Q = 21 \text{ m}^3/\text{s}$.

2.6.8 Integralkanlah profil kecepatan yang tepat dan hitunglah energi kinetic yang dipindahkan oleh suatu aliran air yang memiliki profil parabola didalam sebuah pipa berdiameter 4 cm jika laju alirannya adalah $0,005 \text{ m}^3/\text{s}$.

Profil parabola yang memiliki $u = 0$ di dinding di mana $r = 0,02$ m dan $u = u_{\text{maks}}$ di garis tengah adalah $u(r) = u_{\text{maks}} (1 - r^2/0,02^2)$. Laju alirannya adalah

$$Q = \int_A u(r) dA$$

$$0,005 = u_{\text{maks}} \int_0^{0,02} \left(\frac{1 - r^2}{0,02^2} \right) 2\pi r dr = 2\pi u_{\text{maks}} \left(\frac{0,02^2}{2} - \frac{0,02^2}{4} \right)$$

$$\therefore u_{\text{maks}} = 8 \text{ m/s}$$

Laju energi kinetik diferensial yang mengalir melalui luas diferensial $2\pi r dr$ adalah. Ini diintegrasikan untuk menghasilkan

$$KE = \int_A \frac{1}{2} (\rho 2\pi r dr \times v) v^2 = 1000\pi \int_0^{0,02} 8^3 \left(\frac{1 - r^2}{0,02^2} \right) r dr$$

$$= \frac{0,02^2}{2} \times 8^3 \times = 1000\pi \left(\frac{1 - r^2/0,02^2}{4} \right)^4 \int_0^{0,02} = 80 \text{ J/s}$$

Ini dapat dicek dengan menggunakan. Sebagaimana disebutkan setelah Pers. (2.30)

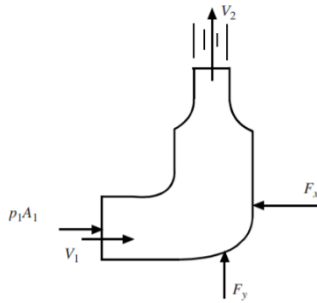
Di mana kita telah menggunakan kecepatan $\alpha = 2$ rata-rata sebesar setengah dari kecepatan maksimum untuk profil parabola di dalam pipa.

$$\frac{1}{2} \alpha m \bar{V}^2 = \frac{1}{2} \times 2(0,005 \times 1000) \times 4^2 = 80 \text{ J/s}$$

Di mana kita tidak menggunakan kecepatan rata-rata sebesar setengah dari kecepatan maksimum untuk profil parabola di dalam pipa.

2.6.9 Sebuah nozel dipasang pada sebuah selang berdiameter 6 cm akan tetapi nozel horizontal tersebut membelokkan air melalui sudut 90° . Lubang keluar nozel berdiameter 3 cm dan laju alirannya adalah 500 L/menit. Tentukanlah komponen-

komponen gaya dari air pada nozel dan besarnya gaya resultan yang dihasilkan. Tekanan di dalam selang adalah 400 kPa dan air keluar ke atmosfer.



Gambar 2.14

Pertama-tama, kita harus membuat sketsa volume kontrolnya karena di dalam soal tidak diberikan. Sketsa ini ditunjukkan dalam Gbr 2.14. Volume kontrol menunjukkan air dengan komponen-komponen gaya dari nozel pada air. Kecepatan kecepataannya dihitung sebesar

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0,50/60}{\pi \times 0,03^2} = 2,95 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 4 \times V_1 = 11,79 \text{ m/s}$$

Tekanan p_1 , diperoleh dengan menggunakan persamaan energi. Rugi-rugi yang terjadi di dalam aliran yang dipercepat akan diabaikan.

$$\frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 = \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1$$

$$p_1 = 1000 \left(\frac{11,79^2 + 2,95^2}{2} \right) = 65 \text{ 150 Pa}$$

Persamaan momentum memberikan komponen-komponen gaya [lihat Pers. (4.34)]

$$p_1 A_1 - F_x = m(V_{2x} - V_{1x})$$

$$65150 \times \pi 0,03^2 - F_x = -(0,05/60) \times 1000 \times 2,95 \quad \therefore F_x = 209 \text{ N}$$

$$F_y - p_2 A_{2y} = m(V_{2y} - V_{1y})$$

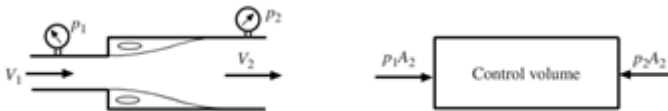
$$F_y = \left(\frac{0,05}{60}\right) \times 1000 \times 11,79 = 98,2 \text{ N}$$

Besarnya gaya resultan yang dihasilkan adalah

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{209^2 + 98,2^2} = 231 \text{ N}$$

Gaya dari air pada nozel harus memiliki besar yang sama dan arah yang berlawanan dengan F_x dan F_y .

2.6.10 Aliran mengalir melalui sebuah ekspansi tajam seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.15. tekanan sebelum dan sesudah ekspansi masing-masing adalah p_1 dan p_2 . tentukanlah ekspresi untuk rugi *head* yang disebabkan oleh ekspansi



Gambar 2.15

tersebut jika alirannya diasumsikan seragam. Catatan: soal ini perlu menggunakan persamaan momentum, energi dan kontinuitas.

Volume kontrolnya ditunjukkan dari ekspansi ke area di bagian hilir di mana aliran memenuhi area tersebut dan kecepatannya menjadi seragam lagi di seluruh luas A_2 . perhatikan bahwa tekanan adalah p di seluruh area tepat dibelakang ekspansi karena aliran berseparasi dengan *streamline-streamline parallel* dan kemudian berekspansi untuk memenuhi area tersebut. (Rugi *head* disebabkan oleh

energi yang dibutuhkan untuk mempertahankan aliran di daerah separasi.) Persamaan momentum memberikan

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m(V_{2x} - V_{1x})p_1A_2 - p_2A_2 = pA_2V_2(V_2 - V_1) \\ \therefore \frac{p_1 - p_2}{\rho} &= V_2(V_2 - V_1)\end{aligned}$$

Persamaan energi yang memasukkan rugi head, yang diaplikasikan di antara potongan 1 dan 2. Adalah

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\gamma} + gz_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + gz_2 + h_L \quad \therefore h_L = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

Dengan memasukkan selisih tekanan yang diperoleh dari persamaan momentum akan diperoleh

$$h_L = \frac{2V_2(V_2 - V_1)}{2g} - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

Persamaan kontinuitas mengharuskan $V_2 = V_1 A_1/A_2$. Masukkan ini ke dalam persamaan di atas dan didapatkan ekspresi untuk rugi *head*

$$h_L = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}$$

Koefisien rugi dalam Pers (2.24) adalah berdasarkan $K = (1 - A_1/A_2)^2$ kecepatan masuk V_1 .

2.6.11 Bilah pada sebuah pembersih salju menyekop salju basah melalui sudut 120 tapi miring kesatu sisi pada 30. Jika salju memiliki densitas 500 kg/m. Berapakah daya yang dibutuhkan untuk menggerakkan bilah 40 mil/jam jika menyekop lapisan salju dengan tebal 15 cm dan lebar 3 m?

Persamaan momentum (2.37) dituliskan untuk memperhitungkan komponen yang disebabkan oleh sudut samping (bilanya stasioner dan salju bergerak ke arah bilah)

$$\begin{aligned}
 -R_x &= m(V_2 \cos \alpha \cos \theta - V_1) = \rho A V_1^2 (\cos \alpha \cos \theta - 1) \\
 &= 500(0,5 \times 3)(40 \times 0,477)^2 (\cos 120^\circ \cos 30^\circ - 1) \\
 &= 31\,150 \text{ N}
 \end{aligned}$$

2.7 Soal-soal Tambahan

- 2.7.1** Asumsi-asumsi apa saja yang diperlukan pada suatu aliran sehingga Pers (2.3) dapat disederhanakan menjadi $\Sigma F = ma$?
- 2.7.2** Buatlah skets ketiga volume V_1 , V_2 dan V_3 yang ditunjukkan secara umum dalam Gbr. 2.1. dengan mengansumsikan kenaikan suatu singkat untuk volume kontrol tetap dari
- Sebuah nozel di ujung sebuah selang
 - Sebuah balon yang sedang diisi udara (volume tetapnya adalah balon pada waktu t)
 - Sebuah balon yang sedang membuang udara (volume tetapnya adalah balon pada waktu t)
 - Sebuah sambungan T di dalam jalur pipa.
- 2.7.3** Buatlah sketsa vektor kecepatan V dan vektor saluran normal pada setiap area.
- Area permukaan bebas pada sebuah tangka air yang sedang dikuras
 - Area masuk dari sebuah turbin
 - Dinding sebuah pipa
 - Dasar sebuah kanal
 - Area masuk ke sebuah penyaring silinder disebuah saluran pembuangan.
- 2.7.4** Suatu segiempat mengelilingi sebuah airfoil dua dimensi yang stationer. Segiempat tersebut berada pada suatu jarak

ke airfoil pada semua sisinya. Buatlah sketsa kotak yang berisi airfoil tersebut dengan menunjukkan vektor kecepatan V dan vektor satuan normal \hat{n} pada keempat sisi dari segiempat tersebut.

- 2.7.5** Aplikasikanlah Pers. (2.14) ke aliran di dalam pipa yang terbagi menjadi dua area keluar dengan densitas yang berbeda di setiap areanya dengan mengasumsikan aliran seragam di keseluruhan ketiga area.
- 2.7.6** Air mengalir di dalam sebuah pipa berdiameter 4 cm pada 20 m/s. Pipa membesar ke berdiameter 6 cm. Hitunglah laju aliran. Fluks massa dan kecepatan di dalam bagian pipa yang berukuran lebih besar.
- 2.7.7** Air mengalir di kedalaman 40 cm di dalam sebuah parit berdiameter 100 cm. Hitunglah laju aliran dan fluks massa jika kecepatan rata-ratanya adalah 3 m/s.
- 2.7.8** Udara mengalir di dalam sebuah saluran berdiameter 20 cm pada 120°C dan 129 kPa dengan fluks massa 5 kg/s. Saluran bulat tersebut berubah menjadi saluran bujur sangkar 20 cm di mana temperatur dan tekanannya masing-masing adalah 140°C dan 140 kPa. Tentukanlah kecepatan di kedua bagian saluran tersebut.
- 2.7.9** Udara keluar dari sebuah balon berdiameter 100 cm melalui sebuah nozel berdiameter 1 cm. jika tekanan dan temperatur di lubang keluar masing-masing adalah 110 kPa dan 22°C dan kecepatan keluarnya adalah 30 m/s, hitunglah laju aliran, fluks massa dan laju perubahan diameternya.
- 2.7.10** Air mengalir di dalam sebuah pipa 4 cm pada 20 m/s. pipa tersebut terbagi menjadi dua pipa, satu berdiameter 2 cm

dan yang lainnya 3 cm. jika 10 kg/s mengalir dari pipa berdiameter 2 cm. hitunglah laju aliran dari pipa berdiameter 3 cm.

- 2.7.11** Air mengalir di dalam sebuah pipa 2 cm pada 10 m/s secara vertikal ke atas ke pusat dua piringan bundar horizontal yang dipisahkan 8 mm. air mengalir keluar di antara kedua piringan tersebut dengan radius 25 cm. Buatlah sketsa susunan pipa/ piringan tersebut. Hitunglah kecepatan rata-rata dari air yang meninggalkan piringan-piringan tersebut. Selain itu, hitunglah kecepatan rata-rata dari air di antara piringan-piringan pada posisi di mana radius dari piringan adalah 10 cm.
- 2.7.12** Air mengalir didalam sebuah pipa 12 cm dengan profil-profil kecepatan yang ditunjukkan dalam Gbr 2.16. Kecepatan maksimum untuk setiap profil adalah 20 m/s. Hitunglah fluks massa, laju aliran dan kecepatan rata-ratanya.
- 2.7.13** Air mengalir di dalam sebuah saluran persegi dengan tinggi 12 cm dan lebar 60 cm yang memiliki kecepatan maksimum 20 m/s dengan profil-profil yang ditunjukkan dalam Gbr. 2.16. Asumsikan profil yang dimaksud terjadi diseluruh potongan-lintang dengan efek-efek ujung yang dapat diabaikan. Hitunglah fluks massa. Laju aliran dan kecepatan rata-ratanya.
- 2.7.14** Sebuah spons berada di dalam sebuah volume yang memiliki satu jalur masuk berdiameter 4 cm, yang dimasuki aliran air dan dua jalur keluar dan. Tentukan dm/dt dari spons tersebut jika:
- $V_1 = 5 \text{ m/s}$, $Q_2 = 0,002 \text{ m}^3/\text{s}$ dan $m^3 = 2,5 \text{ kg/s}$
 - $V_1 = 10 \text{ m/s}$, $m_2 = 1,5 \text{ kg/s}$ dan $Q_1 = 0,0003 \text{ m}^3/\text{s}$

2.7.15 Sebuah spons berada di dalam sebuah volume yang memiliki satu jalur masuk berdiameter 4 cm yang dimasuki aliran air dan dua jalur keluar berdiameter 2 cm dan. Jika dm/dt dari spons tersebut = 0

- Tentukan V_1 jika $Q_2 = 0,002 \text{ m}^3/\text{s}$ dan $m^3 = 2,5 \text{ kg/s}$
- Tentukan m_2 jika $V_1 = 10 \text{ m/s}$, $Q_2 = 0,003 \text{ m}^3/\text{s}$
- Tentukan Q_2 jika $m_1 = 4,5 \text{ kg/s}$, Q_2 dan $V_3 = 4 \text{ m/s}$



Gambar 2.16

2.7.16 Udara atmosfer mengalir di atas sebuah pelat datar seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.16. Viskositas membuat udara melekat ke permukaan sehingga membentuk suatu lapisan batas tipis. Estimasikanlah fluks masa ini dari udara yang melintasi permukaan yang terletak 10 cm di atas pelat selebar 120 cm tersebut jika $u(y) = 800 y$.

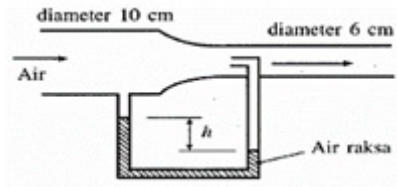
2.7.17 Jika sebuah *streamline* berada 5 cm di atas pelat dalam Gbr. 2.16 di bagian ujung depannya. Berapa jauhkah jaraknya dari pelat tersebut di lokasi di mana $u(y) = 800 y$?

2.7.18 Air memasuki sebuah nozel horizontal dengan diameter d_1 dan d_2 pada 10 m/s dan keluar ke atmosfer. Estimasikanlah tekanan di depan nozel tersebut jika:

- $d_1 = 8 \text{ cm}$ dan $d_2 = 6 \text{ cm}$
- $d_1 = 8 \text{ cm}$ dan $d_2 = 4 \text{ cm}$
- $d_1 = 10 \text{ cm}$ dan $d_2 = 6 \text{ cm}$

- $d_1 = 8 \text{ cm}$ dan $d_2 = 6 \text{ cm}$
- $d_1 = 12 \text{ cm}$ dan $d_2 = 5 \text{ cm}$.

- 2.7.19** Air tersimpan di dalam sebuah menara besar yang memasuk suatu kota. Jika puncak menara berada 30 m di atas lubang keluar di dasar menara, berapakah kecepatan maksimum yang dapat diharapkan di lubang keluar (ke atmosfer)? Bagaimanakah kecepatan maksimum ini jika dibandingkan dengan sebuah batu yang dijatuhkan dari ketinggian yang sama?
- 2.7.20** Sebuah jet kecepatan tinggi digunakan untuk memotong bahan-bahan padat. Estimasikanlah tekanan maksimum yang terbentuk pada bahan jika kecepatan yang keluar dari jet air adalah (a) 100 m/s, dan (b) 120 m/s.
- 2.7.21** Integrasikan profil kecepatan yang tepat dan hitunglah laju energi kinetik yang dipindahkan oleh suatu aliran air yang memiliki profil parabola di dalam sebuah saluran berukuran $2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ jika laju alirannya adalah $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$. periksa-lah perhitunganmu dengan menggunakan Pers. (4.30) dengan $\alpha = 1.5$.
- 2.7.22** Air dipindahkan dari penampung dengan ketinggian permukaan 135 m ke penampung yang lebih rendah dengan ketinggian permukaan 25 m melalui sebuah pipa berdiameter 24 cm. Estimasikanlah laju aliran dan fluks massa yang melewati pipa jika koefisien di antara kedua permukaan adalah (a) 20, (b) 30, dan (c) 40.
- 2.7.23** Asumsikan aliran seragam di dalam pipa dalam Soal 2.17 dan hitunglah kecepatan di dalam pipa yang lebih besar jika penunjukkan manometer adalah h dan (a) 30 cm, (b) 25 cm, dan (c) 20 cm.

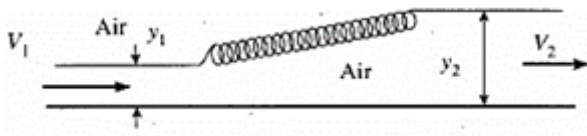


Gambar 2.17

- 2.7.24 Sebuah pompa yang 85 persen efisien digunakan untuk menaikkan tekanan air di dalam sebuah pipa 10 cm dari 120 menjadi 800 kPa. Berapakah kebutuhan daya kuda dari pompa untuk laju aliran (a) 0,015 m³/s, (b) 20 L/s dan (c) 4000 galon/jam?
- 2.7.25 Sebuah turbin yang 90 persen efisien menerima air pada 400 kPa di dalam sebuah pipa berdiameter 16 cm. Berapakah keluaran daya maksimum jika laju alirannya adalah (a) 0,08 m³/s (b) 0,06 m³/s dan (c) 0,04 m³/s.
- 2.7.26 Udara memasuki sebuah kompresor pada 25^o C dan 10 kPa dengan kecepatan yang dapat diabaikan. Udara keluar melalui sebuah pipa berdiameter 2 cm pada 400 kPa dan 160 dengan kecepatan 200 m/s. Tentukanlah besarnya perpindahan kalornya jika kebutuhan dayanya adalah 18 kW.
- 2.7.27 Sebuah nozel 90^o dengan diameter keluaran d dipasangkan ke sebuah selang berdiameter $3d$ dengan tekanan p . Nozel tersebut mengubah arah aliran air dari selang melalui sudut 90^o. Hitunglah besarnya gaya dan air pada nozel jika
- $p = 200$ kPa, $d = 1$ cm
 - $p = 400$ kPa, $d = 6$ mm
 - $p = 300$ kPa, $d = 1,2$ cm
 - $p = 500$ kPa, $d = 2,2$ cm.

2.7.28 Suatu lompatan hidrolik, yang digambar kan dalam Gbr. 2.18 dapat terjadi didalam sebuah saluran tanpa adanya sebab yang jelas, seperti misalnya pada saat arus kencang mengalir dari gunung ke dataran rendah. (ini beranalogi dengan suatu gelombang kejut yang terjadi di dalam aliran gas). Persamaan momentum memungkinkan kita untuk menghitung ketinggian di bagian hilir jika ketinggian di bagian hulu dan kecepatannya diketahui. Abaikan gaya gesekan di dasar dan dinding-dinding samping dan tentukanlah di dalam saluran segiempat tersebut jika

- $V_1 = 10 \text{ m/s}$, $y_1 = 50 \text{ cm}$
- $V_1 = 8 \text{ m/s}$, $y_1 = 60 \text{ cm}$
- $V_1 = 12 \text{ m/s}$, $y_1 = 40 \text{ cm}$
- $V_1 = 16 \text{ m/s}$, $y_1 = 40 \text{ cm}$.



Gambar 2.18

2.7.29 Ingin dibuat sebuah lompatan hidrolik, seperti dalam Gbr. 2.18 di dalam sebuah saluran segi empat dengan lebar 6 m sehingga $V_2 = \frac{1}{4} V_1$. Hitunglah V_1 dan daya yang hilang jika

- $y_1 = 60 \text{ cm}$
- $y_1 = 40 \text{ cm}$.

2.7.30 Sebuah pipa yang menyalurkan air mengalami ekspansi mendadak (Gbr. 2.15). Jika tekanan di hulu adalah 200 kPa dan fluks massanya adalah 40 kg/s, tentukanlah di hilir, di mana alirannya diasumsikan seragam dan rugi *head* yang

disebabkan oleh ekspansi. Gunakan dimensi-dimensi berikut:

- $d_1 = 4 \text{ cm}, d_2 = 10 \text{ cm}$
- $d_1 = 4 \text{ cm}, d_2 = 8 \text{ cm}$
- $d_1 = 6 \text{ cm}, d_2 = 12 \text{ cm}.$

2.7.31 Sebuah jet air horizontal berdiameter 6 cm yang stasioner dan memiliki kecepatan 40 m/s menghantam sebuah pelat vertikal. Tentukanlah gaya yang dibutuhkan untuk menahan pelat tersebut jika pelat

- stasioner
- bergerak menjauhi jet pada 20 m/s
- bergerak mendekati jet pada 20 m/s.

2.7.32 Sebuah perahu yang melaju pada 12 m/s mengambil 0,08 m³/s air dan membuangnya pada 24 m/s lebih cepat dari kecepatan perahu tersebut. Estimasikanlah gaya dorong yang di hasilkan dan daya yang diberikan.

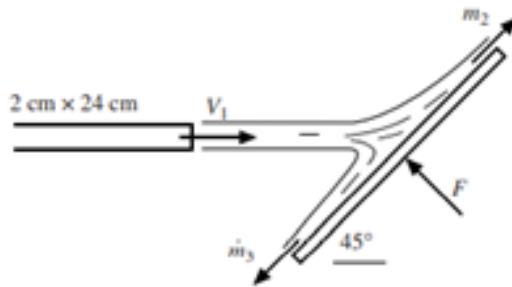
2.7.33 Deflektor dalam Gbr. 2.4 mengubah arah dari sebuah lapisan air 60 mm × 24 cm dengan $V_1 = 30 \text{ m/s}$ sehingga $\alpha = 60^\circ$. Hitunglah komponen-komponen gaya dari air pada deflektor

- stasioner
- bergerak menjauhi jet pada 20 m/s
- bergerak mendekati jet pada 20 m/s.

2.7.34 Bilah-bilah dalam Gbr 2.6 mendefinisikan 10 jet air berdiameter 2 cm yang masing-masing memiliki $V_1 = 40 \text{ m/s}$. Tentukanlah sudut bilah α . dan keluaran dayanya dengan mengansumsikan tidak terjadi rugi-rugi jika:

- (a) $\beta_1 = 30^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ dan $V_n = 20$ m/s
- (b) $\beta_1 = 20^\circ$, $\alpha = 50^\circ$ dan $V_n = 15$ m/s
- (c) $\beta_1 = 20^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ dan $V_n = 20$ m/s.

2.7.35 Sebuah jet segiempat menghantam sebuah pelat stationer seperti ditunjukkan dalam Gbr. 2.19. Hitunglah gaya F dan kedua fluks massa jika kecepatan V yang keluar dari jet adalah (a) 20 m/s (b) 40 m/s (c) 60 m/s. abaikan semua gaya gesekan dan penyebaran arus.



Gambar 2.19

Bab III

Dasar-dasar Aliran Fluida

3.1 Pendahuluan

Fluida adalah zat yang tidak dapat menahan perubahan bentuk (distorsi) secara permanen. Bila kita mencoba mengubah bentuk suatu massa fluida, maka di dalam fluida tersebut akan terbentuk lapisan-lapisan di mana lapisan yang satu akan mengalir di atas lapisan yang lain, sehingga tercapai bentuk baru. Selama perubahan bentuk tersebut, terdapat tegangan geser (*shearstress*), yang besarnya bergantung pada viskositas fluida dan laju alir fluida relatif terhadap arah tertentu. Bila fluida telah mendapatkan bentuk akhirnya, semua tegangan geser tersebut akan hilang sehingga fluida berada dalam keadaan kesetimbangan. Pada temperatur dan tekanan tertentu, setiap fluida mempunyai densitas tertentu. Jika densitas hanya sedikit terpengaruh oleh perubahan yang suhu dan tekanan yang relatif besar, fluida tersebut bersifat *incompressible*. Tetapi jika densitasnya peka terhadap perubahan variabel temperatur dan tekanan, fluida tersebut digolongkan *compressible*. Zat cair biasanya dianggap zat yang

incompressible, sedangkan gas umumnya dikenal sebagai zat yang *compressible*.

Perilaku zat cair yang mengalir sangat bergantung pada kenyataan apakah fluida itu berada di bawah pengaruh bidang batas pada atau tidak. Di daerah yang pengaruh gesekan dinding kecil, tegangan geser dapat diabaikan dan perilakunya mendekati fluida ideal, yaitu *incompressible* dan mempunyai viskositas. Aliran fluida ideal yang demikian disebut aliran potensial. Pada aliran potensial berlaku prinsip-prinsip mekanika Newton dan hukum kekekalan massa. Aliran potensial mempunyai 2 ciri pokok:

1. Tidak terdapat sirkulasi ataupun pusaran sehingga aliran potensial itu disebut aliran irrotasional.
2. Tidak terjadi gesekan sehingga tidak ada disipasi (pelepasan) dari energi mekanik menjadi kalor.

Prinsip-prinsip dasar yang paling berguna dalam penerapan mekanika fluida adalah persamaan-persamaan neraca massa atau persamaan kontinuitas; persamaan-persamaan neraca momentum linear dan neraca momentum angular (sudut), dan neraca energi mekanik. Persamaan-persamaan itu dapat dituliskan dalam bentuk diferensial yang menunjukkan kondisi pada suatu titik di dalam elemen volume fluida, atau dapat pula dalam bentuk integral yang berlaku untuk contoh volume tertentu atau massa tertentu.

3.2 Persamaan Kontinuitas, Momentum, dan Energi

Teorema transpor Reynolds, menghubungkan laju perubahan sistem dengan integral volume dan integral muka volume kendali. Untuk kekekalan massa, bila aliran di dalam volume kendali itu tunak (stedi), maka diperoleh persamaan (3.1) sebagaimana telah diuraikan dalam persamaan (2.15), yaitu:

$$\rho_2 A_2 \bar{V}_2 = \rho_1 A_1 \bar{V}_1 \quad (3.1)$$

Untuk aliran-aliran inkompresibel di mana densitas tidak berubah, diantara jalur masuk dan jalur keluar dan kecepatannya adalah seragam di setiap area, maka kekekalan massa disederhanakan menjadi:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad (3.2)$$

$$\text{atau } Q = A V \quad (3.3)$$

Setiap persamaan di atas kita sebut sebagai persamaan kontinuitas. yang diberikan dalam pers. (3.2) akan sering digunakan. Persamaan-persamaan ini paling sering digunakan untuk menghubungkan berbagai kecepatan dibagian-bagian yang berbeda.

Kuantitas ρAV adalah fluks massa dan memiliki satuan kg/s (slug/sec). Kuantitas AV adalah laju aliran (atau pembuangan) dan memiliki satuan m^3/s (ft^3/sec atau cfs). Fluks massa biasanya digunakan dalam aliran gas dan pembuangan dalam aliran cairan. Definisi adalah:

$$m = \rho AV \quad (3.4)$$

Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, maka persamaan momentum disederhanakan sebagaimana telah diuraikan dalam persamaan (2.33), yaitu:

$$\sum F = m(V_2 - V_1) \quad (3.5)$$

Ini adalah bentuk yang paling sering digunakan dalam perhitungan yang melibatkan gaya. Ini merupakan persamaan vektor yang terdiri dari tiga persamaan scalar dalam sistem koordinat kartesian, yaitu:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= m(V_{2x} - V_{1x}) \\
\sum F_y &= m(V_{2y} - V_{1y}) \\
\sum F_z &= m(V_{2z} - V_{1z})
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Hukum pertama termodinamika, atau singkatnya, persamaan energi, memiliki kegunaan pada saat perpindahan kalor atau usaha yang ingin diketahui. Jika pada intinya tidak terjadi perpindahan kalor dan tidak ada usaha eksternal dari pompa atau alat lainnya, maka persamaan energi memungkinkan kita menghubungkan tekanan, kecepatan dan ketinggian. Persamaan energi dapat diekspresikan sebagai berikut, sebagaimana telah diuraikan dalam persamaan (2.21), yaitu:

$$W = p_2 A_2 V_2 - p_1 A_1 V_1 + W_s \tag{3.7}$$

Di mana keluaran daya dianggap positif dan W_s adalah keluaran daya poros dari volume control (pompa merupakan daya negatif dan turbin memberikan daya positif). Dengan menggunakan ekspresi e , maka berdasarkan persamaan (2.22) dituliskan menjadi,

$$Q - p_2 A_2 V_2 + p_1 A_1 V_1 - W_s = m \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \tilde{u} - \frac{V_1^2}{2} - gz_1 + \tilde{u} \right) \tag{3.8}$$

Suku perpindahan kalor dan suku-suku energi internal membentuk rugi-rugi dalam aliran (efek-efek kekentalan menyebabkan perpindahan kalor dan/atau kenaikan energi internal). Bila Pers (3.8) dibagi dengan mg dan disederhanakan, maka diperoleh persamaan menjadi

$$-\frac{W_s}{mg} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 - \frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{V_1^2}{2g} - z_1 + h_L \tag{3.9}$$

Di mana kita telah memasukkan suku kerugian h_L , yang disebut kerugian *head*, suku ini adalah $h_L(\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1)/g + Qlmg$. Aliran inkompresibel terjadi dalam banyak aplikasi, sehingga $\gamma_1 = \gamma_2$.

3.3 Aliran Viskos di Dalam Pipa

Pipa adalah saluran tertutup yang biasanya berpenampang lingkaran yang digunakan untuk mengalirkan fluida dengan penampang aliran penuh. Fluida yang dialirkan melalui pipa bisa berupa zat cair atau gas, dan tekanan bisa lebih besar atau lebih kecil dari tekanan atmosfer. Apabila zat cair di dalam pipa tidak penuh, maka aliran termasuk dalam aliran saluran terbuka atau karena tekanan di dalam pipa sama dengan tekanan atmosfer (zat cair di dalam pipa tidak penuh), aliran termasuk dalam pengaliran terbuka. Karena mempunyai permukaan bebas, maka tekanan dipermukaan zat cair di sepanjang saluran terbuka adalah tekanan atmosfer.

Perbedaan mendasar antara aliran pada saluran terbuka dan aliran pada pipa adalah, adanya permukaan yang bebas berupa udara pada saluran terbuka. Jadi seandainya pada pipa alirannya tidak penuh, sehingga masih ada rongga yang berisi udara maka sifat dan karakteristik alirannya sama dengan aliran pada saluran terbuka. Misalnya, aliran air pada gorong-gorong.

Pada kondisi saluran penuh air, desainnya harus mengikuti kaidah aliran pada pipa, namun bilamana aliran air pada gorong-gorong di desain tidak penuh maka sifat alirannya adalah sama dengan aliran pada saluran terbuka. Perbedaan yang lainnya adalah saluran terbuka mempunyai kedalaman air (y), sedangkan pada pipa kedalam air tersebut ditransformasikan berupa (P/y). Oleh karena itu, konsep analisis aliran pada pipa harus dalam kondisi pipa terisi penuh dengan air.

Zat cair riil didefinisikan sebagai zat yang mempunyai kekentalan, berbeda dengan zat cair ideal yang tidak mempunyai kekentalan. Kekentalan disebabkan karena adanya sifat kohesi antara partikel zat cair. Karena adanya kekentalan zat cair, maka terjadi perbedaan

kecepatan partikel dalam medan aliran. Partikel zat cair yang berdampian dengan dinding batas akan diam (kecepatan nol), sedang yang terletak pada suatu jarak tertentu dari dinding akan bergerak. Perubahan kecepatan tersebut, merupakan fungsi jarak dari dinding batas. Aliran zat cair riil disebut juga aliran viskos.

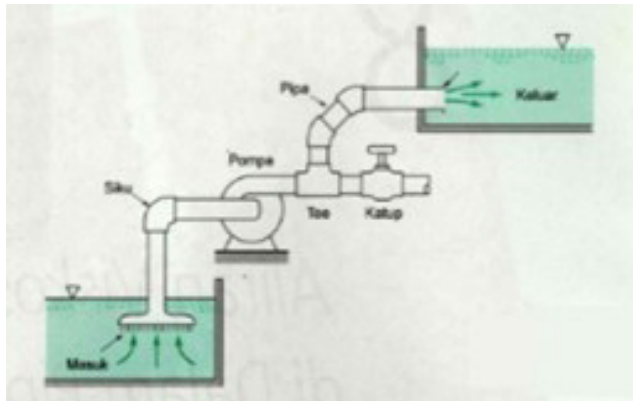
Aliran viskos adalah aliran zat cair yang mempunyai kekentalan (viskositas). Viskositas terjadi pada temperatur tertentu. Viskositas kinematik zat cair, pada tekanan atmosfer dan beberapa temperatur, dapat dilihat pada lampiran C. Kekentalan adalah sifat zat cair yang dapat menyebabkan terjadinya tegangan geser pada waktu bergerak. Tegangan geser ini, akan mengubah sebagian energi aliran dalam bentuk energi lain seperti panas, suara, dan sebagainya. Perubahan bentuk energi tersebut menyebabkan terjadinya kehilangan energi.

Aliran viskos dapat dibedakan menjadi 2 (dua) macam. Apabila pengaruh kekentalan (viskositas) adalah cukup dominan, sehingga partikel-partikel zat cair bergerak secara teratur menurut lintasan lurus, maka aliran disebut laminar. Aliran laminar terjadi apabila, kekentalan besar dan kecepatan aliran kecil. Dengan berkurangnya pengaruh kekentalan atau bertambahnya kecepatan, maka aliran akan berubah dari laminar menjadi turbulen. Pada aliran turbulen partikel-partikel zat cair bergerak secara tidak teratur (bergolak).

Perpindahan fluida (cairan atau gas) di dalam sebuah saluran tertutup (biasanya disebut pipa jika penampangnya bundar, atau saluran duct jika penampangnya tidak bundar), sangat penting di dalam kehidupan sehari-hari. Perhatian sejenak pada keadaan di sekeliling kita, akan menunjukkan bahwa terdapat banyak variasi penerapan dari aliran pipa. Penerapan-penerapan tersebut mencakup mulai dari jalur pipa besar Alaska, buatan manusia yang menyalurkan minyak mentah sejauh 800 mil melintasi Alaska, sampai ke

sistem “pipa” alamiah yang lebih kompleks (dan pasti tidak kurang kegunaannya) yang menyalurkan darah ke seluruh tubuh kita dan udara keluar masuk paru-paru kita. Contoh lainnya, termasuk pula air pada pipa-pipa di rumah kita dan sistem distribusi yang mengirimkan air dari sumur kota ke rumah-rumah. Banyak selang-selang dan pipa-pipa menyalurkan fluida hidrolik atau fluida lainnya ke berbagai komponen kendaraan-kendaraan dan mesin-mesin. Kualitas udara di dalam gedung-gedung dijaga pada tingkat yang nyaman dengan distribusi udara yang terkondisi (dipanaskan, didinginkan, dilembabkan/dikeringkan) melalui suatu jaringan pipa atau saluran duct yang rumit. Meskipun sistem-sistem ini berbeda, prinsip-prinsip mekanika fluida yang mengatur gerakan fluidanya adalah sama. Beberapa komponen dasar yang khas dari suatu sistem pipa ditunjukkan pada gambar 3.1. Komponen-komponen ini meliputi pipa-pipa itu sendiri (mungkin dengan lebih dari satu diameter), berbagai sambungan (*fitting*) yang digunakan untuk menyambung masing-masing pipa guna membentuk sistem yang diinginkan, peralatan pengatur laju aliran (*katup-katup*) dari pompa-pompa atau turbin-turbin yang menambahkan sistem atau mengambil sistem dari fluida. Bahkan sistem pipa yang paling sederhana sekalipun sesungguhnya merupakan sistem yang sangat rumit apabila dilihat dari pertimbangan analitis yang menyeluruh. Kita akan menggunakan suatu analisis “eksak” dari sistem aliran pipa yang paling sederhana (misalnya aliran laminar di dalam pipa-pipa yang panjang, lurus dan berdiameter konstan) serta pertimbangan analisis dimensional yang dikombinasikan dengan hasil-hasil eksperimental untuk sistem aliran pipa lainnya. Pendekatan seperti itu bukanlah hal yang tidak lazim dalam penelitian-penelitian mekanika fluida. Apabila efek-efek “dunia nyata” penting untuk dipertimbangkan (misalnya efek viskos di dalam aliran pipa), seringkali menjadi sulit atau “mustahil” bila hanya menggunakan metode-metode teoretis untuk mempero-

leah hasil yang diinginkan. Suatu kombinasi penuh perhitungan yang dilakukan antara data eksperimental dengan pertimbangan teoretis dan analisis dimensional biasanya memberikan hasil-hasil yang kita inginkan.

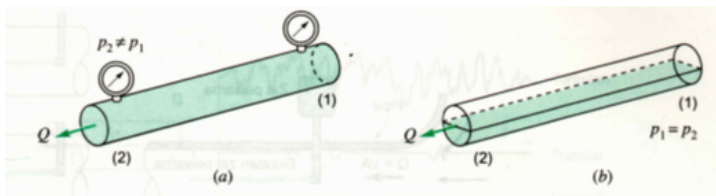


Gambar 3.1 Beberapa komponen dasar yang khas dari suatu sistem pipa (Pustaka 3)

3.3.1 Sifat-sifat Umum Aliran Pipa

Sebelum kita menerapkan berbagai persamaan pengatur pada contoh-contoh aliran pipa, kita akan membahas beberapa konsep dasar aliran pipa. Dengan aturan-aturan dasar yang terbentuk selanjutnya kita dapat merumuskan dan menyelesaikan berbagai persoalan aliran yang penting. Walaupun tidak seluruh saluran yang digunakan untuk memindahkan fluida dari suatu tempat ke tempat lainnya mempunyai penampang bundar, namun kebanyakan yang digunakan adalah yang seperti itu. Saluran ini meliputi pipa-pipa air, selang-selang hidrolik dan saluran-saluran lainnya yang dirancang untuk menahan perbedaan tekanan yang sangat besar melintasi dinding-dindingnya tanpa mengakibatkan perubahan bentuk. Saluran-saluran yang tidak berpenampang bundar meliputi antara lain

saluran-saluran duct untuk pemanasan dan pengkondisian udara yang biasanya berpenampang segiempat. Biasanya perbedaan tekanan antara bagian dalam dan luar saluran-saluran duct relatif kecil. Sebagian besar prinsip dasar yang terlibat tidak tergantung pada bentuk penampang, meskipun gambaran rincialiran mungkin tergantung padanya. Jika tidak ditentukan sebelumnya, kita akan mengasumsikan bahwa saluran berpenampang bundar, meskipun buku ini akan menunjukkan cara untuk menangani bentuk-bentuk yang lainnya. Untuk seluruh aliran yang terlibat dalam bab ini, kita akan mengasumsikan bahwa pipa terisi penuh oleh fluida yang sedang dipindahkan seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.2.



Gambar 3.2 (a) Aliran Pipa. (b) Aliran Kanal Terbuka

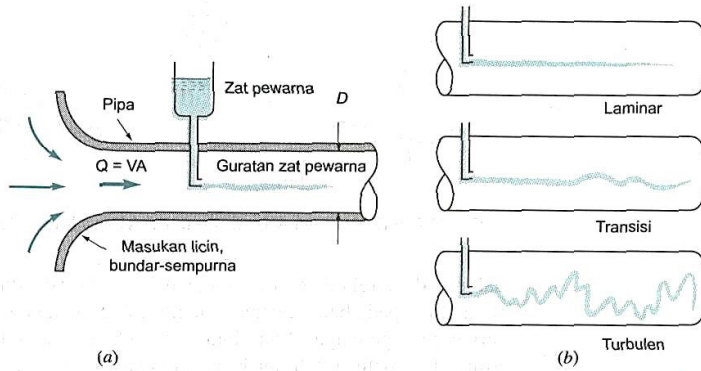
Untuk aliran kanal-terbuka, hanya gravitasi yang menjadi gaya penggeraknya air mengalir menuruni sebuah lereng. Untuk aliran pipa, gravitasi mungkin memiliki arti penting (pipa tidak selalu horizontal), tetapi gaya penggerak yang utamanya adalah gradien tekanan sepanjang pipa. Jika pipa tidak terisi penuh, tidaklah mungkin untuk menjangka perbedaan tekanan, $p_1 - p_2$ ini.

3.3.2 Aliran Laminar atau Turbulen

Aliran fluida di dalam sebuah pipa mungkin merupakan aliran laminar atau aliran turbulen. Osborne Reynolds (1842-1912), ilmuwan dan ahli matematika Inggris, adalah orang yang pertama kali membedakan dua klasifikasi aliran ini dengan menggunakan

sebuah peralatan sederhana seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.3. Jika air mengalir melalui sebuah pipa berdiameter D dengan kecepatan rata-rata V , sifat-sifat berikut ini dapat diamati dengan menginjeksikan zat pewarna yang mengambang seperti ditunjukkan. Untuk “laju aliran yang cukup kecil” guratan zat pewarna (sebuah garis-gurat) akan tetap berupa garis yang terlihat jelas selama mengalir, dengan hanya sedikit saja menjadi kabur karena difusi molekuler dari zat pewarna ke air di sekelilingnya. Untuk suatu “laju aliran sedang” yang lebih besar, guratan zat pewarna berfluktuasi menurut waktu dan ruang, dan olakan putus-putus dengan perilaku tak beraturan muncul di sepanjang guratan. Sementara itu, untuk “laju aliran yang cukup besar” guratan zat pewarna dengan sangat segera menjadi kabur dan menyebar di seluruh pipa dengan pola yang acak. Ketiga karakteristik ini, yang masing-masing disebut sebagai aliran laminar, transisi dan turbulen, diilustrasikan pada gambar 3.3.

Kurva-kurva yang ditunjukkan pada gambar 3.3 menggambarkan komponen x dari kecepatan sebagai fungsi dari waktu pada sebuah titik A dalam aliran. Fluktuasi acak dari aliran turbulen (dengan percampuran partikel yang berkaitan) itulah yang mendispersikan zat pewarna ke seluruh pipa dan menyebabkan tampilan yang kabur sebagaimana diilustrasikan dalam gambar 3.3b. Untuk aliran laminar di dalam sebuah pipa, terdapat hanya satu komponen kecepatan, $V = u.i$. Untuk aliran turbulen komponen kecepatan yang mendominasi juga searah panjang pipa, tetapi tidak tunak (acak) dan disertai dengan komponen-komponen acak yang normal terhadap sumbu pipa, $V = ui + vj + wk$. Gerakan seperti itu di dalam sebuah aliran yang biasa terlalu cepat terjadinya untuk bias diikuti oleh penglihatan kita. Gambar gerak lambat dari aliran dapat dengan lebih jelas mengungkapkan sifat tak beraturan, acak dan turbulen dari aliran.



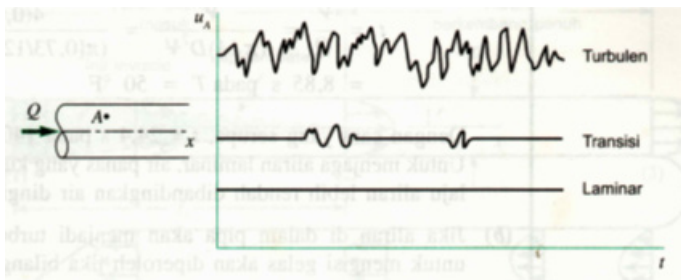
Gambar 3.3 Jenis-jenis aliran dalam pipa (Pustaka 3)

Kita tidak seharusnya menyebutkan besaran berdimensi sebagai “besar” atau “kecil” seperti “laju aliran yang cukup kecil” dalam paragraf sebelumnya. Namun, besaran tak berdimensi yang cocok harus diidentifikasi dan sifat “kecil” atau “besar” terkait padanya. Sebuah besaran adalah “besar” atau “kecil” hanya relatif pada besaran acuan. Perbandingan antara besaran-besaran tersebut menghasilkan sebuah besaran yang tak berdimensi. Untuk aliran pipa parameter tak berdimensi yang paling penting adalah bilangan Reynolds, Re adalah perbandingan antara efek inersia dan viskos dalam aliran. Dengan demikian pada paragraf sebelumnya, istilah laju aliran harus diganti dengan bilangan Reynolds,

$$Re = \rho VD / \mu \quad (3.10)$$

di mana V adalah kecepatan rata-rata di dalam pipa. Artinya, aliran di dalam sebuah pipa adalah laminar, transisi atau turbulen jika bilangan Reynoldsnnya “cukup kecil”, “sedang” atau “cukup besar”. Bukan hanya kecepatan fluida yang menentukan sifat aliran, namun kerapatan, viskositas dan diameter pipa juga sama pentingnya. Parameter-parameter ini berkombinasi menghasilkan bilangan Reynolds.

Perbedaan antara aliran pipa laminar dan turbulen dan ketergantungannya terhadap sebuah besaran tak berdimensi yang sesuai pertama kali ditunjukkan oleh Osborne Reynolds pada tahun 1883. Kisaran bilangan Reynolds di mana akan diperoleh aliran pipa yang laminar, transisi atau turbulen tidak dapat ditentukan dengan tepat. Transisi yang aktual dari aliran laminar ke turbulen mungkin berlangsung pada berbagai bilangan Reynolds, tergantung pada berapa besar aliran terganggu oleh getaran pipa, kekasaran dari daerah masuk, dan hal-hal sejenis, lainnya. Untuk keperluan teknik pada umumnya (artinya tanpa upaya menghilangkan terlebih dahulu gangguan-gangguan tersebut), nilai-nilai berikut cukup memadai: Aliran di dalam pipa bundar adalah laminar jika bilangan Reynoldsnya kurang dari kira-kira 2100. Aliran di dalam pipa bundar adalah turbulen jika bilangan Reynoldsnya lebih besar dari kira-kira 4000. Untuk bilangan Reynolds di antara kedua batas ini, aliran mungkin berubah dari keadaan laminar menjadi turbulen dengan perilaku acak yang jelas (aliran transisi).



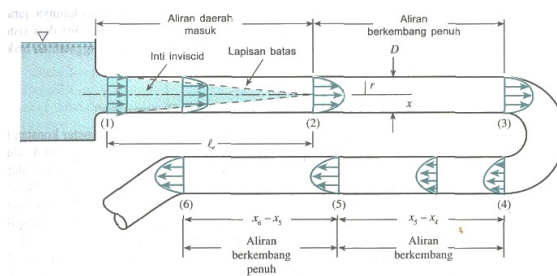
Gambar 3.4 Ketergantungan kecepatan fluida terhadap waktu pada sebuah titik (Pustaka 3)

3.4 Daerah Masuk dan Aliran Berkembang Penuh

Setiap fluida yang mengalir dalam sebuah pipa harus memasuki pipa pada suatu lokasi. Daerah aliran di dekat lokasi fluida memasuki pipa disebut sebagai daerah masuk (*entrance region*) dan diilustrasikan

pada gambar 3.5. Daerah tersebut mungkin sekitar beberapa kaki permulaan dari sebuah pipa yang dihubungkan pada sebuah tangki atau bagian awal dari saluran duct udara panas yang berasal dari sebuah tungku. Sebagaimana ditunjukkan pada gambar 3.5, fluida biasanya memasuki pipa dengan profil kecepatan yang hampir seragam pada bagian (1). Selagi fluida bergerak melewati pipa, efek viskos menyebabkannya tetap menempel pada dinding pipa (kondisi lapisan batas tanpa-slip). Hal ini, berlaku baik jika fluidanya adalah udara yang relatif inviscid ataupun minyak yang sangat viskos. Jadi, sebuah lapisan batas (*boundary layer*) di mana efek viskos menjadi penting timbul di sepanjang dinding pipa sedemikian hingga profil kecepatan awal berubah menurut jarak sepanjang pipa, x , sampai fluida mencapai ujung akhir dari panjang daerah masuk, bagian (2), dimana setelah di luar itu profil kecepatan tidak berubah lagi menurut x .

Lapisan batas telah tumbuh ketebalannya sehingga memenuhi pipa secara menyeluruh. Efek viskos sangat penting di dalam lapisan batas. Untuk fluida di luar lapisan batas [di dalam inti inviscid (*inviscid core*) yang mengelilingi garis sumbu dari (1) ke (2)], efek viskos dapat diabaikan. Bentuk dari profil kecepatan di dalam pipa tergantung pada apakah aliran laminar atau turbulen, Sebagaimana pula panjang daerah masuk, l_e



Gambar 3.5 Daerah masuk aliran sedang berkembang dan aliran berkembang penuh di dalam sebuah sistem pipa (Pustaka 3)

Seperti pada banyak sifat lainnya dari aliran pipa, panjang masuk tak berdimensi, l_e/D berkorelasi cukup baik dengan bilangan Reynolds. Panjang masuk pada umumnya diberikan oleh hubungan:

$$\frac{l_e}{D} = 0,06 \text{ Re untuk aliran laminar} \quad (3.11)$$

dan

$$\frac{l_e}{D} = 4,4(\text{Re})^{1/6} \text{ untuk aliran turbulen} \quad (3.12)$$

Dapat sangat pendek ($l_e = 0,6 D$ jika $\text{Re} = 10$), sementara untuk aliran-aliran dengan bilangan Reynolds besar, daerah masuk tersebut dapat sepanjang berkali-kali diameter pipa sebelum ujung akhir dari daerah masuk dicapai ($l_e = 120 D$ untuk $\text{Re} = 2000$). Untuk banyak masalah-masalah teknik praktis $104 < \text{Re} < 105$ sehingga $20D < l_e < 30D$.

Perhitungan profil kecepatan dan distribusi tekanan di dalam daerah masuk sangat rumit. Namun, apabila fluida telah mencapai ujung akhir dari daerah masuk, bagian (2) dari Gambar 3.5, aliran lebih mudah digambarkan karena kecepatan hanyalah fungsi jarak dari sumbu pipa, r , dan tidak tergantung pada x . Hal ini berlaku sampai sifat dari pipa berubah karena sesuatu hal, misalnya perubahan diameter, atau sampai fluida mengalir melalui sebuah belokan, katup, atau komponen lainnya pada bagian (3). Aliran antara (2) dan (3) disebut berkembang penuh (*fully developed*). Setelah gangguan atas aliran berkembang penuh [pada bagian (4)], aliran secara bertahap mulai kembali ke sifat berkembang penuhnya [bagian (5)] dan terus dengan profil ini sampai komponen pipa berikutnya dicapai [bagian (6)]. Dalam banyak kasus pipa cukup panjang sehingga terdapat panjang aliran berkembang penuh yang lebih besar dibandingkan dengan panjang aliran yang sedang berkembang [$(X - X_2) \gg l_e$ dan $[(x_6 - x_5) \gg [(x_5 - x_4)]$]. Dalam kasus lainnya, jarak antara satu

komponen (belokan, cabang T, katup, dan lain-lain) dari sistem pipa dengan komponen berikutnya sedemikian pendek sehingga aliran berkembang penuh tidak pernah tercapai.

3.5 Tekanan dan Tegangan Geser

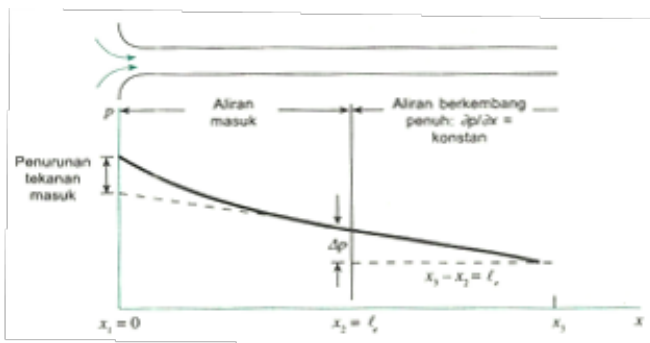
Aliran tunak berkembang penuh di dalam pipa berdiameter konstan mungkin, digerakkan oleh gaya-gaya gravitasi dan/atau tekanan. Untuk aliran pipa horizontal, gravitasi tidak memberikan pengaruh kecuali terhadap variasi tekanan hidrostatis pada pipa, γD , yang biasanya diabaikan. Beda tekanan $\Delta p = P_1 - P_2$, antara satu bagian pipa horizontal dengan bagian lainnya yang mendorong fluida mengalir melewati pipa. Efek viskos memberikan efek gaya penghambat yang dengan tepat mengimbangi gaya tekan, sehingga memungkinkan fluida mengalir melalui pipa tanpa percepatan. Jika efek viskos tidak ada dalam aliran serupa itu, tekanan akan konstan diseluruh pipa, kecuali untuk variasi hidrostatis.

Dalam daerah aliran yang tidak berkembang penuh, seperti pada daerah masuk sebuah pipa, fluida mengalami percepatan atau perlambatan selagi mengalir (profil kecepatan berubah dari profil seragam pada bagian masuk pipa menjadi profil berkembang penuhnya pada ujung akhir daerah masuk). Jadi, di daerah masuk. Terdapat keseimbangan antara gaya-gaya tekanan, viskos dan inersia (percepatan). Hasilnya adalah distribusi tekanan sepanjang pipa horizontal seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.6. Besarnya gradien tekanan, dP/dx , lebih besar di daerah masuk daripada di daerah berkembang penuh, dimana gradien tersebut merupakan sebuah konstanta, $\delta p/\delta X = -\Delta p/l < 0$.

Kenyataan bahwa terdapat gradien tekanan yang tidak nol sepanjang pipa horizontal adalah akibat dari efek-efek viskos. Jika

viskositas adalah nol, tekanan tidak akan bervariasi terhadap x . Perluanya penurunan tekanan dapat dilihat dari dua sudut pandang yang berbeda. Ditinjau dari kesetimbangan gaya, gaya tekanan diperlukan untuk mengatasi gaya viskos yang timbul. Ditinjau dari kesetimbangan energi, kerja yang dilakukan oleh gaya tekanan diperlukan untuk mengatasi disipasi viskos dari energi diseluruh fluida. Jika pipa tidak horizontal, gradien tekanan di sepanjang pipa disebabkan sebagian oleh berat dalam arah tersebut.

Sifat alamiah aliran pipa sangat tergantung pada apakah aliran tersebut laminar atau turbulen. Hal ini merupakan konsekuensi langsung dari perbedaan-perbedaan dari sifat alamiah tegangan geser di dalam aliran laminar dan turbulen. Tegangan geser di dalam aliran laminar adalah akibat langsung dari perpindahan momentum di antara molekul-molekul yang bergerak secara acak (fenomena mikroskopik). Tegangan geser dalam aliran turbulen terutama diakibatkan oleh perpindahan momentum diantara bundel-bundel partikel fluida berukuran terhingga yang bergerak secara acak (fenomena makroskopik). Hasil akhirnya adalah bahwa sifat fisika dari tegangan geser sangat berbeda untuk aliran laminar daripada untuk aliran turbulen.



Gambar 3.6 Distribusi tekanan sepanjang pipa horisontal

3.6 Aliran Laminar Berkembang Penuh

Seperti yang ditunjukkan pada subbab sebelumnya, aliran di dalam bagian yang panjang, lurus, dengan diameter-konstan dari sebuah pipa menjadi berkembang penuh. Artinya, profil kecepatannya sama pada setiap penampang manapun dari pipa tersebut, meskipun hal ini berlaku baik pada aliran laminar maupun turbulen, profil kecepatan yang terperinci (dan sifat-sifat aliran lainnya) sangat berbeda antara kedua jenis aliran ini. Seperti akan terlihat selanjutnya, pengetahuan mengenai profil kecepatan dapat menuntun langsung kepada informasi lain yang berguna seperti penurunan tekanan, kerugian head, laju aliran, dan sejenisnya. Jadi, kita mulai mengembangkan persamaan untuk profil kecepatan di dalam aliran laminar berkembang penuh. Jika alirannya tidak berkembang perih, analisis teoretis menjadi jauh lebih kompleks dan diluar cakupan buku teks ini. Jika alirannya turbulen, analisis teoretis yang sulit belum memungkinkan.

Meskipun kebanyakan aliran adalah turbulen dibandingkan laminar, dan banyak pipa tidak cukup panjang untuk dapat memperoleh aliran berkembang penuh, pembahasan teoretis dan pemahaman menyeluruh mengenai aliran laminar berkembang penuh sangat penting. Pertama, hal tersebut mewakili salah satu dari sedikit analisis viskos teoretis yang dapat dilakukan dengan “pasti” (dalam kerangka asumsi-asumsi yang agak umum) tanpa menggunakan asumsi-asumsi atau pendekatan-pendekatan ad-hoc lainnya. Pemahaman mengenai metode analisis dan hasil-hasil yang diperoleh memberikan sebuah dasar untuk melakukan analisis yang jauh lebih rumit. Kedua, banyak situasi praktis yang melibatkan penggunaan aliran pipa laminar yang berkembang penuh.

Terdapat banyak cara untuk menurunkan hasil-hasil penting yang berkaitan dengan aliran laminar berkembang penuh. Tiga al-

ternatif meliputi: (1) dari $F = m \cdot a$ yang diterapkan langsung pada elemen fluida, (2) dari persamaan Navier-Stokes mengenai gerak, dan (3) dari metode analisis dimensional.

Kita tinjau elemen fluida pada saat t seperti ditunjukkan pada Gambar 7. Elemen tersebut adalah silinder bundar fluida dengan panjang l dan jari-jari r yang berpusat pada sumbu sebuah pipa horizontal berdiameter D . Karena kecepatan tidak seragam pada seluruh penampang pipa, silinder fluida yang semula berujung rata pada waktu t menjadi berubah bentuk pada waktu $t + \delta t$ ketika elemen fluida tersebut telah berpindah kelokasi barunya sepanjang pipa seperti yang ditunjukkan pada gambar. Jika aliran tersebut berkembang penuh dan tunak, perubahan bentuk pada setiap ujung elemen fluida tersebut sarna, dan tidak ada bagian dari fluida yang mengalami percepatan selagi mengalir. Percepatan lokal adalah nol ($\delta v / \delta t = 0$) karena aliran tunak, dan percepatan konvektif adalah nol ($V \cdot \nabla V = u \delta u / \delta x \mathbf{i} = 0$) karena aliran berkembang penuh. Jadi, setiap bagian fluida semata-mata mengalir sepanjang garis jejak sejajar terhadap dinding pipa dengan kecepatan konstan, meskipun partikel yang bersebelahan memiliki sedikit perbedaan kecepatan. Kecepatan bervariasi dari satu garis jejak ke garis jejak berikutnya. Variasi kecepatan ini, dikombinasikan dengan viskositas fluida, menghasilkan tegangan geser.

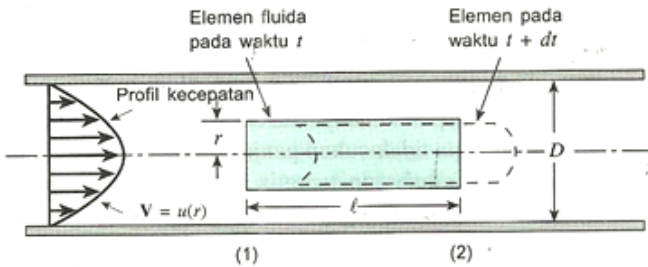
Jika efek gravitasi diabaikan, tekanan konstan sepanjang penampang vertikal manapun dari pipa tersebut, meskipun tekanan berubah dari bagian pipa yang satu ke bagian yang lainnya. Jadi, jika tekanan adalah $p = p_1$ pada bagian (1), maka $p_2 = p_1 - \Delta p$ pada bagian (2). Kita mengantisipasi kenyataan bahwa tekanan berkurang dalam arah aliran sehingga $\nabla p > 0$. Sebuah tegangan geser, τ , bekerja pada permukaan silinder fluida. Tegangan viskos ini adalah fungsi dari jari-jari silinder, $\tau = \tau(r)$.

Seperti yang telah dilakukan dalam analisis statika fluida, kita mengisolasi silinder fluida seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8, dan menerapkan hukum kedua Newton, $F_x = ma_x$. Dalam hal ini meskipun fluida sedang bergerak, namun tidak mengalami percepatan, sehingga $a_x = 0$. Jadi aliran pipa horizontal berkembang penuh adalah semata-rnata kesetimbangan antara tekanan dengan gaya viskos perbedaan tekanan yang bekerja pada ujung silinder dengan luas $2\pi rl$, dan tegangan geser bekerja pada permukaan selimut silinder dengan luas $2\pi rl$. Kesetimbangan gaya ini dapat ditulis sebagai

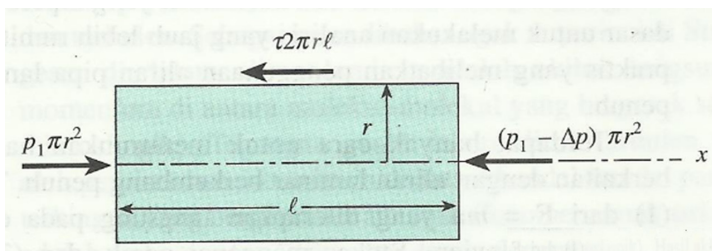
$$(p_1)\pi r^2 - (p_1 - \Delta p)\pi r^2 - (\tau)2\pi rl = 0 \tag{3.13}$$

yang dapat disederhanakan sehingga memberikan

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{2\tau}{r} \tag{3.14}$$



Gambar 3.7 Gerakan elemen fluida silindris di dalam sebuah pipa (Pustaka 3)



Gambar 3.8 Diagram benda bebas dari silinder fluida (Pustaka 3)

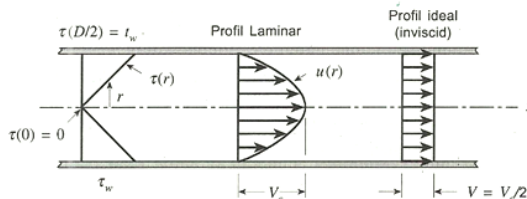
Persamaan 3.14 menyatakan kesetimbangan dasar dari gaya-gaya yang diperlukan untuk menggerakkan setiap partikel fluida sepanjang pipa dengan kecepatan konstan. Karena baik Δp maupun l bukanlah fungsi dari koordinat radial r , maka $2\tau/r$ pasti juga tidak tergantung pada r . Artinya, $\tau = Cr$, di mana C adalah sebuah konstanta. Pada $r = 0$ (sumbu pipa) tidak ada tegangan geser ($\tau = 0$). Pada $r = D/2$ (dinding pipa), tegangan geser maksimum, dinyatakan dengan τ_w tegangan geser dinding, Jadi, $C = 2\tau_w/D$ dan distribusi tegangan geser di seluruh pipa adalah fungsi linier dari koordinat radial

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D} \tag{3.15}$$

seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.9. Ketergantungan linier dari τ terhadap r adalah akibat dari gaya tekanan yang sebanding terhadap r^2 (tekanan bekerja pada ujung silinder fluida dengan luas = πr^2) dan tegangan geser yang sebanding terhadap r (tegangan geser bekerja pada selimut silinder dengan luas = $2\pi r l$). Jika viskositas nol tidak akan ada tegangan geser dan tekanan akan konstan diseluruh pipa horizontal tersebut ($\Delta p = 0$). Seperti terlihat dari persamaan 3.14 dan 3.15, penurunan tekanan dan tegangan geser dinding dihubungkan oleh

$$\Delta p = \frac{4l\tau_w}{D} \tag{3.16}$$

Sebuah tegangan geser yang kecil dapat menghasilkan perbedaan tekanan yang besar jika pipa relatif panjang ($l/D \gg 1$).



Gambar 3.9 Distribusi tegangan geser pada fluida di dalam sebuah pipa (aliran laminar atau turbulen) dan profil-profil kecepatan yang khas (Pustaka 3)

Untuk melakukan analisis lebihjauh lagi kita harus menggambarkan terlebih dahulu bagaimana tegangan geser berkaitan dengan kecepatan. Hal ini adalah langkah penentu yang membedakan analisis aliran laminar dari aliran turbulen yang bisa diselesaikan untuk sifat aliran laminar dan tidak bisa diselesaikan untuk sifat aliran turbulen tanpa adanya asumsi adhoc tambahan. Untuk aliran laminar dari fluida Newtonian, tegangan geser secara sederhana sebanding dengan gradien kecepatan $\tau = \mu du/dy$. Dengan notasi yang sesuai untuk aliran pipa kita, hubungan ini menjadi

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (3.17)$$

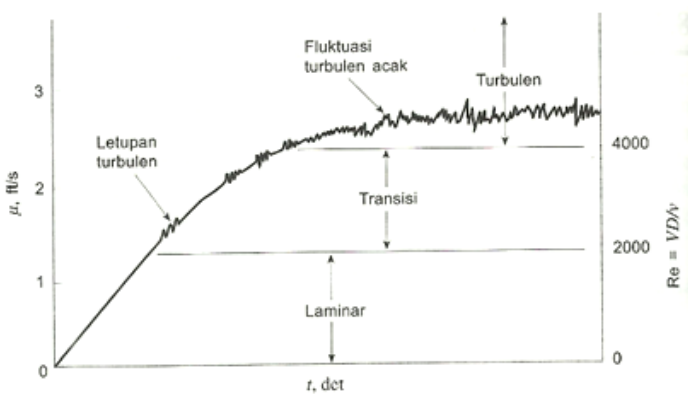
Tanda negatif disertakan untuk memberikan nilai $\tau > 0$ dengan $du/dr < 0$ (kecepatan berkurang dari sumbu ke arah dinding pipa).

3.7 Aliran Turbulen Berkembang Penuh

Berbagai sifat aliran pipa laminar berkembang penuh telah dibahas. Karena aliran pipa turbulen kenyataannya lebih mungkin terjadi daripada aliran laminar pada situasi-situasi praktis, penting sekali untuk memperoleh informasi-informasi serupa untuk aliran pipa turbulen. Namun demikian, aliran turbulen merupakan proses yang sangat kompleks. Banyak orang telah melakukan berbagai upaya dalam mencoba memahami berbagai aspek yang membingungkan dari turbulensi. Meskipun banyak pengetahuan mengenai topik ini telah berkembang, bidang kajian aliran turbulen masih tetap merupakan bidang mekanika fluida yang paling sedikit dipahami.

3.8 Transisi dari Aliran Laminar Menuju Aliran Turbulen

Aliran diklasifikasikan menjadi aliran laminar atau turbulen. Untuk suatu geometri aliran, terdapat satu (atau lebih) parameter takberdimensi sedemikian hingga dengan nilai parameter ini di bawah sebuah nilai tertentu alirannya laminar, sementara dengan nilai parameter yang lebih besar dari sebuah nilai tertentu alirannya turbulen. Parameter penting yang terlibat (misalnya bilangan Reynolds, bilangan Mach) dan nilai-nilai kritisnya tergantung pada situasi aliran yang spesifik. Misalnya, aliran di dalam sebuah pipa dan aliran sepanjang pelat datar, aliran lapisan batas, dapat laminar atau turbulen, tergantung pada nilai bilangan Reynolds yang terlibat. Untuk aliran pipa nilai bilangan Reynolds harus kurang dari kira-kira 2100 untuk aliran laminar dan lebih besar dari kira-kira 4000 untuk aliran turbulen. Untuk aliran sepanjang sebuah pelat datar transisi antara laminar dan turbulen terjadi pada bilangan Reynolds kira-kira 500.000, dimana suku panjang dalam bilangan Reynolds adalah jarak yang diukur dari ujung muka (*leadingedge*) pelat tersebut.



Gambar 3.11 Transisi dari aliran laminar menjadi turbulen (Pustaka 3)

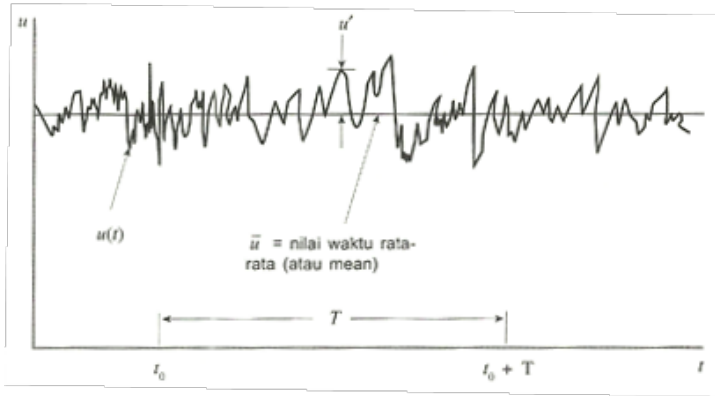
Tinjaulah sebuah bagian panjang dari pipa yang mula-mula terisi fluida dalam keadaan diam. Ketika katup dibuka untuk memulai aliran, kecepatan aliran, dan tentunya bilangan Reynolds meningkat dari nol (tidak ada aliran) sampai nilai maksimum aliran tunaknya, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.11. Asumsikan bahwa proses transien ini cukup lambat sehingga efek taktunak dapat diabaikan (aliran kuasitunak). Selama periode awal, bilangan Reynolds cukup kecil untuk terjadinya aliran laminar. Setelah beberapa saat, bilangan Reynolds mencapai 2100 dan aliran memulai transisinya menuju kondisi turbulen. Letupan terputus-putus turbulensi (*burst of turbulence*) muncul. Dengan meningkatnya bilangan Reynolds seluruh aliran menjadi turbulen. Aliran tetap turbulen selama bilangan Reynolds melampaui kira-kira 4000.

Suatu jejak yang khas dari komponen aksial kecepatan yang diukur pada sebuah lokasi tertentu di dalam aliran, $u = u(t)$ ditunjukkan dalam Gambar 3.12. Sifat alamiahnya yang tidak beraturan dan acak adalah ciri khas dari aliran turbulen. Karakter dari banyak sifat penting aliran tersebut (penurunan tekanan, perpindahan kalor, dan lain-lain) sangat tergantung pada keberadaan dan sifat alamiah dari fluktuasi atau keacakan turbulen yang ditunjukkan. Didalam pertimbangan sebelumnya yang melibatkan aliran inviscid, bilangan Reynolds adalah tak terhingga (karena viskositasnya nol), dan aliran sudah pasti adalah turbulen.

Namun demikian, hasil-hasil yang cukup masuk akal dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan Bernoulli inviscid sebagai persamaan pengaturannya. Alasan bahwa analisis inviscid yang disederhanakan tersebut bisa memberikan hasil yang masuk akal adalah bahwa efek viskos tidak terlalu penting dan kecepatan yang digu-

nakan dalam perhitungan sesungguhnya adalah kecepatan rata-rata terhadap waktu, \bar{u} , yang ditunjukkan pada Gambar 3.12. Perhitungan perpindahan kalor, penurunan tekanan dan banyak parameter lainnya tidak akan mungkin dilakukan tanpa menyertakan efek-efek yang berkaitan dengan keacakan aliran, yang kelihatannya kecil tetapi sangat penting.

Tinjau aliran di dalam panci air di atas kompor. Apabila kompor dimatikan, fluida diam. Riak air saat awal dituang telah hilang akibat disipasi viskos di dalam air. Apabila kompor dihidupkan, suatu gradien temperatur dalam arah vertikal, $\delta T/\delta z$ dihasilkan. Temperatur air yang tertinggi terjadi di dekat dasar panci dan berkurang ke arah atas lapisan fluida. Jika perbedaan temperatur sangat kecil, air akan tetap diam, meskipun kerapatan air paling kecil di dekat dasar panci karena berkurangnya kerapatan dengan meningkatnya temperatur. Kenaikan lebih lanjut dari gradien temperatur akan menyebabkan ketidakstabilan yang digerakkan oleh gaya apung dan mengakibatkan gerakan fluida air hangat yang lebih ringan akan bergerak ke atas, dan air dingin yang lebih berat akan tenggelam ke dasar. Gerakan “berputar balik” yang lambat dan teratur ini meningkatkan perpindahan kalor dari panci ke air dan mendukung pencampuran di dalam panci. Dengan meningkatnya gradien temperatur lebih besar lagi, gerakan fluida menjadi lebih banyak lagi dan akhirnya berubah menjadi aliran turbulen yang bersifat chaos dan acak dengan pencampuran yang sangat besar dan sangat meningkatkan laju perpindahan kalor. Aliran telah berkembang dari fluida yang diam menjadi aliran laminar dan akhirnya menjadi aliran turbulen



Gambar 3.12 Deskripsi rata-rata terhadap waktu \bar{u} dan fluktuasi, u' dari sebuah parameter untuk aliran terbuka (Pustaka 3)

Proses-proses pencampuran dan proses-proses perpindahan kalor dan massa sangat meningkat dalam aliran turbulen dibandingkan dengan aliran laminar. Hal ini disebabkan oleh keacakan skala mikroskopik dalam aliran turbulen. Kita semua telah mengenal gerakan tipe eddy yang giat “menggelinging” dari air di dalam panci yang sedang dipanasi di atas kompor (bahkan jika dipanasi tidak sampai mendidih). Pencampuran acak ukuran tertentu seperti itu sangat efektif dalam menghantarkan energi dan massa ke seluruh medan aliran, oleh karena itu meningkatkan berbagai proses laju yang terlibat. Sebaliknya aliran laminar dapat dianggap sebagai partikel-partikel fluida yang sangat kecil namun berukuran tertentu yang mengalir secara mulus di dalam masing-masing lapisan. Keacakan dan pencampuran satu-satunya berlangsung dalam skala molekuler dan menghasilkan laju perpindahan kalor, massa dan momentum yang relatif kecil.

Tanpa turbulensi tampaknya tidak mungkin kita dapat hidup seperti yang kita ketahui sekarang ini. Dalam beberapa situasi aliran turbulen sangat diharapkan. Untuk memindahkan kalor yang diperlukan antara sebuah benda padat dengan fluida yang bersebelahan

(seperti pada coil pendingin dari sebuah alat pengkondisi udara atau sebuah ketel uap dari pembangkit tenaga listrik) membutuhkan alat penukar kalor yang luar biasa besarnya jika alirannya laminar. Demikian pula halnya, perpindahan massa dari kondisi cair ke kondisi uap yang dibutuhkan (seperti yang dibutuhkan di dalam sistem pendinginan ter-evaporasi) yang berkaitan dengan proses berkeringat (sweating), akan membutuhkan luas permukaan yang sangat besar, jika fluida yang mengalir melewati permukaannya adalah laminar dari pada jika alirannya turbulen.

Turbulensi juga penting dalam percampuran fluida. Asap dari sebuah cerobong akan terus menjadi sebuah pita berisi polutan yang panjang bermil tanpa dispersi yang sangat cepat dengan udara disekitarnya jika alirannya laminar daripada jika alirannya turbulen. Pada kondisi atmosfer tertentu hal ini dapat terjadi. Meskipun terjadi percampuran pada skala molekuler (aliran laminar), percampuran tersebut lebih lambat beberapa derajat dan kurang efektif daripada percampuran pada skala makroskopik (aliran turbulen). Sangatlah lebih mudah mencampur krim ke dalam secangkir kopi (aliran turbulen) daripada mencampur secara merata dua cat berbeda warna yang sangat viskos (aliran laminar).

Pada situasi lainnya, aliran laminar (bukannya turbulen) yang diharapkan. Penurunan tekanan di dalam pipa (sehingga berkaitan dengan daya yang dibutuhkan untuk pemompaan) dapat jauh lebih kecil jika alirannya laminar daripada jika alirannya turbulen. Untunglah, aliran darah melalui pembuluh darah seseorang secara normal adalah laminar, kecuali dipembuluh-pembuluh darah yang besar dengan laju aliran darah yang tinggi. Drag aerodinamika pada sebuah sayap pesawat terbang dapat jauh lebih kecil jika aliran laminar yang melewatinya daripada jika alirannya turbulen.

3.9 Soal-Soal dan Penyelesaian

3.9.1 Diinginkan aliran laminar air 20°C di dalam sebuah pipa berdiameter 8 mm. Sebuah penampung 2L, yang digunakan untuk menampung air, diisi selama 82 detik. Apakah aliran tersebut laminar?

Penyelesaian:

Untuk menentukannya, bilangan Reynolds-nya harus dihitung. Pertama-tama, tentukanlah kecepatan rata-ratanya. Besarnya,

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2 \times 10^{-3} / 82}{\pi \times 0,004^2} = 0,485 \text{ m/s}$$

Dengan menggunakan viskositas kinematik air sebesar $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (lihat Tabel C.1), bilangan Reynolds-nya adalah,

$$\text{Re} = \frac{Vh}{\nu} = \frac{0.458 \times 0.008 \times 0.5}{10^{-6}} = 3880$$

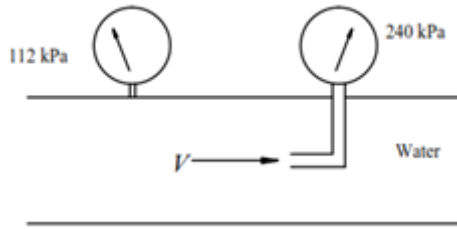
Ini lebih besar dari 2000 jadi jika pipanya tidak halus atau mulutnya tidak cukup bulat, alirannya akan menjadi turbulenta. Akan tetapi, aliran dapat dijaga laminar jika dilakukan usaha-usaha untuk mencegah getaran gedung dan fluktuasi air dengan menggunakan pipa yang halus.

3.9.2 Alat ukur pitot dan piezometer menunjukkan tekanan total dan statis, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 3.13. Hitunglah kecepatan V ?

Penyelesaian:

Persamaan Bernoulli memberikan

$$\frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gh_2 = \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gh_1$$



Gambar 3.13

Di mana titik 2 berada di dalam tabung pipa. Dengan menggunakan informasi yang diberikan, diperoleh:

$$\frac{240.000}{1000} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{112.000}{1000}$$

$$V_1 = 16 \text{ m/s}$$

Periksalah satuan pada suku pertama di dalam persamaan di atas:

$$\frac{(\text{N/m}^2)}{(\text{kg/m}^3)} = \frac{(\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)/\text{m}^2}{(\text{kg/m}^3)} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

3.8.3 Nosel sebuah selang mempercepat air dari diameter 4 cm ke diameter 1 cm. Jika tekanan di depan nosel adalah 400 kPa, berapakah kecepatan maksimum yang ke luar dari nosel?

Penyelesaian:

Persamaan kontinuitas memberikan hubungan antara kecepatan

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\pi \times 2^2 \times V_1 = \pi \times 0.05^2 \times V_2$$

jadi $V_2 = 16 V_1$

Persamaan Bernoulli memberikan:

$$\frac{V_2^2}{2} + \frac{400.000}{1000} + gh_2 = \frac{256V_1^2}{2} + \frac{100.000}{1000} + gh_1$$

Jadi $V_1 = 1.534 \text{ m/s}$ dan $V_2 = 24.5 \text{ m/s}$

Ini merepresentasikan nilai maksimum, karena kita telah mengasumsikan tidak terjadi rugi-rugi yang disebabkan oleh efek kekentalan, dan telah mengasumsikan profil kecepatan yang seragam.

3.9.4 Dalam gambar berikut ini, air mengalir dari A ke B, dengan laju aliran $13,2 \text{ ft}^3/\text{s}$ dan *head* tekanan di A adalah $22,1 \text{ ft}$. Bila dianggap tidak ada kerugian energi dari A ke B dan tinggi titik A dari datum 10 ft sedangkan titik B dari datum 25 ft , dan diameter pipa di A adalah 12 inch sedangkan di B adalah 24 inch , tentukanlah *head* tekanan di B.

Penyelesaian:

Gunakan persamaan Bernoulli, dari A ke B, ambil datum atau dasar di A.

energi di A + energi ditambahkan - kerugian energi = energi di B

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_{12}^2}{2g} + Z_A \right) + 0 - 0 = \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_{24}^2}{2g} + Z_B \right)$$

Dimana, $V_{12} = Q/A_{12} = 13.2 / (\frac{1}{4} \pi 1^2) = 16.8 \text{ ft/s}$ dan $V_{24} = (\frac{1}{2})^2 (16.8) = 4.20 \text{ ft/s}$. Substitusi;

$$\left(22.1 + \frac{(16.8)^2}{2g} + 0 \right) - 0 = \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{(4.20)^2}{2g} + 15.0 \right)$$
$$\text{dan } \frac{p_B}{\gamma} = 11.2 \text{ ft H}_2\text{O}$$

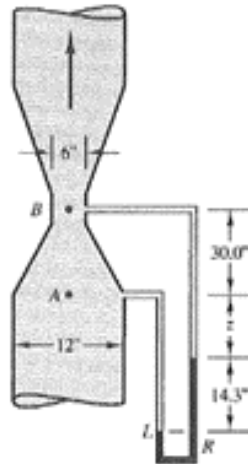
Berdasarkan hukum kekekalan energi mekanik, maka total energi di setiap titik atau ketinggian adalah sama, sehingga:

$$\text{energi di A} = p_A/\gamma + V_{12}^2/2g + z_A = 22.1 + 4.4 + 10.0 = 36.5 \text{ ft}$$

$$\text{energi di B} = p_B/\gamma + V_{24}^2/2g + z_B = 11.2 + 0.3 + 25.0 = 36.5 \text{ ft}$$

Catatan: energi potensial di A lebih kecil dibanding di B, sedangkan energi kinetik sebaliknya di A lebih besar dibanding di B, demikian pula untuk energi tekanannya.

3.9.5 Untuk venturimeter seperti pada Gambar 3.14 di bawah ini, tinggi air raksa dalam manometer terukur adalah 14.3 inch. Tentukanlah laju aliran air bila dianggap tidak ada kerugian energi antara A and B.



Gambar 3.14

Penyelesaian:

Gunakan persamaan Bernoulli, dari A ke B, dimana diambil datum di A.

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_{12}^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_6^2}{2g} + 2.50\right)$$

$$\text{dan } \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{p_B}{\gamma}\right) = \left(\frac{V_6^2}{2g} + \frac{V_{12}^2}{2g} + 2.50\right)$$

Dari persamaan kontinuitas, diperoleh:

$$A_{12} V_{12} = A_6 V_6 \text{ atau } V_{12} = \left(\frac{6}{12}\right)^2 V_6 = \frac{1}{4} V_6, \text{ dan } V_{12}^2 = \frac{1}{16} V_6^2$$

Dari pengukuran pada manometer:

head tekanan di L = *head* tekanan di R (ft H₂O)

$$p_A/\gamma + z + 14.3/12 = p_B/\gamma + 2.50 + z + (14.3/12)(13.6)$$

Dimana; $(p_A/\gamma - p_B/\gamma) = 17.5$ ft H₂O. Substitusi, diperoleh $V_6 = 32.1$ ft/s

Jadi. Laju aliran: $Q = 1/4 \pi(1/2)^2 \times 32.1 = 6.30$ ft³/s.

3.9.6 Oli dengan spesifik gravity (sp gr) 0.877 mengalir dalam pipa yang mengalami perubahan diameter dari 150 mm pada seksi E ke 450 mm pada seksi R. Seksi E adalah 3.66 m lebih rendah dari seksi R, dan tekanan pada masing-masing seksi adalah 91.0 kPa dan 60.3 kPa. Jika debit aliran adalah 0.146 m³/s, Tentukanlah kerugian *head* dan arah alir oli.

Penyelesaian:

Kecepatan rata-rata pada masing-masing seksi adalah $V = Q/A$. Kemudian

$$V_{150} = \frac{0.146}{\frac{1}{4}\pi(150/1000)^2} = 8.26 \text{ m/s}$$

$$\text{dan } V_{450} = \frac{0.146}{\frac{1}{4}\pi(450/1000)^2} = 0.92 \text{ m/s}$$

Dengan menggunakan seksi *E* sebagai datum, maka energi pada masing-masing seksi adalah:

$$\text{Pada seksi E, } \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{V_{150}^2}{2g} + z\right) = \frac{91.0}{0.877 \times 9.79} + \frac{(8.26)^2}{2g} + 0 = 14.1 \text{ m kN/kN}$$

Pada seksi R, $\left(\frac{p}{\gamma} + \frac{V_{450}^2}{2g} + z\right) = \frac{60.3}{0.877 \times 9.79} + \frac{(0.92)^2}{2g} + 0 = 10.7 \text{ m kN/kN}$

Berdasarkan hasil tersebut di atas, maka oli mengalir dari seksi E ke. Total kerugian *head* dapat ditentukan dari selisih energi antara seksi E dengan R, atau $14.1 - 10.7 = 3.4 \text{ m}$.

3.9.7 Udara mengalir dalam saluran yang penampangnya mengecil dari 0.070 m^2 ke 0.020 m^2 . Anggap tidak ada kerugian, berapakah besarnya perubahan tekanan bila udara mengalir 6.67 N/s ? (gunakan berat jenis udara 31.4 N/m^3 pada kondisi tekanan dan temperatur yang sesuai).

Penyelesaian:

$$Q = \frac{6.67 \text{ N/s}}{31.4 \text{ N/m}^3} = 0.212 \text{ m}^3/\text{s} \quad V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.212}{0.070} = 3.03 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.212}{0.020} = 10.6 \text{ m/s}$$

Gunakan persamaan Bernoulli dari seksi 1 ke seksi 2, diperoleh;

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{(3.03)^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{(10.6)^2}{2g} + 0\right)$$

$$\text{atau } \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right) = 5.26 \text{ m udara}$$

Jadi; $p_1 - p_2 = 5.26 \times 31.4 = 165 \text{ N/m}^2$ (dengan menganggap berat jenis udara konstan).

3.9.8 Pipa dengan diameter 6 inch, panjangnya 600 ft mengalir air dari A pada ketinggian 80.0 ft ke B pada ketinggian 120.0 ft. Tegangan gesek antara cairan dengan dinding pipa adalah 0.62 lb/ft^2 . Tentukanlah perubahan tekanan dalam pipa dan kerugian *head*nya?

Penyelesaian:

(a) Berdasarkan prinsip keseimbangan gaya pada bidang miring, maka:

$$F_1 = p_1 A_6 F_2 = p_2 A_6 \text{ atau dari } \sum F_x = 0$$
$$p_1 A_6 - p_2 A_6 - W \sin \theta_x - \tau(\pi d)L = 0$$

Di mana, $W = \gamma$ (volume) = $62.4 \left[\frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 600 \right]$ dan $\sin \theta_x = \frac{120-80}{600}$, maka:

$$p_1 \left[\frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] - p_2 \left[\frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 600 \right] \times \frac{40}{600} - 0.62 \left(\pi \times \frac{1}{2} \times 600 \right) = 0$$

$$\text{Jadi; } p_1 - p_2 = 5472 \text{ psf} = 38.0 \text{ psi.}$$

(b) Dengan menggunakan persamaan energi, dengan datum pada A,

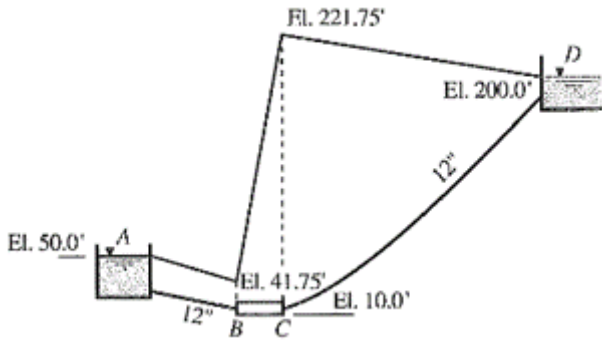
$$\text{Energi di A} - \text{kerugian head} = \text{energi di B}$$
$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + 0 \right) - \text{kerugian head} = \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + 40 \right)$$

$$\text{atau kerugian head} = (p_A/\gamma - p_B/\gamma) - 40 = 5472/62.4 = 47.7 \text{ ft}$$

metode lain untuk menentukan kerugian head, adalah:

$$\text{kerugian head} = \frac{\tau L}{\gamma R} = \frac{(0.62)(600)}{(62.4)(0.50/4)} = 47.7 \text{ ft}$$

3.9.9 Untuk sistem perpipaan pada Gambar 3.15 berikut ini, pompa BC harus mengalirkan oli dengan spesifik gravity (sp gr) 0,762 ke reservoir D dengan debit aliran sebesar 5.62 cfs. Anggap kehilangan energi dari A ke B adalah 8.25 ft-lb/lb dan dari C ke D adalah 21.75 ft-lb/lb. Tentukanlah (a) besarnya daya yang dibutuhkan pompa untuk mendistribusikan oli dalam sistem tersebut? (b) gambarkan garis energinya.



Gambar 3.15

Penyelesaian:

- (a) Kecepatan aliran pada reservoir A dan D dianggap nol, karena luas penampangnya sangat besar dibanding luas penampang pipa. Sedangkan tekanan di A sama dengan di D, yaitu sama dengan tekanan atmosfer atau tekanan terukurnya sama dengan nol. Persamaan energi dari A ke D, dengan mengambil datum di BC.

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A \right) + H_{pump} - H_{lost} = \left(\frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D \right)$$

Maka diperoleh; $H_{pump} = 180.0$ ft (atau ft-lb/lb).

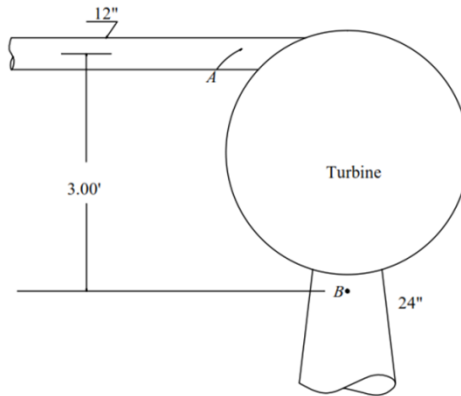
Daya pompa = $\gamma Q H_{pump} / 550 = (0.762 \times 62.4) (5.62) (180.0) / 550 = 87.5$ hp (yang diberikan ke sistem).

Catatan: Pompa mensuplei head untuk menaikkan oli setinggi 150.0 ft dan untuk mengatasi kerugian head sepanjang instalasi pipa sebesar 30.0 ft. Jadi pompa mensuplei head total ke sistem sebesar 180 ft.

- (b) Gambar garis energinya, dapat dilihat pada Gambar 3.15 di atas.

3.9.10 Air mengalir ke sebuah turbin seperti pada Gambar 3.16 di bawah ini, pada laju aliran $0.214 \text{ m}^3/\text{s}$ dan tekanan di A dan

B, masing-masing adalah 147.5 kPa dan -34.5 kPa. Tentukanlah daya yang dihasilkan turbin dari pengaliran air tersebut.



Gambar 3.16

Penyelesaian:

Dengan menggunakan persamaan energi dari A ke B (dengan datum di B),

$$V_{300} = 0.214/A_{300} = 3.03 \text{ m/s, dan } V_{600} = 3.03/4 = 0.758 \text{ m/s}$$

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_{300}^2}{2g} + z_A \right) + 0 - H_{\text{turbine}} = \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_{600}^2}{2g} + z_B \right)$$

$$\left(\frac{147.5}{9.79} + \frac{3.03^2}{2g} + 1.00 \right) - H_T = \left(\frac{-34.5}{9.79} + \frac{0.758^2}{2g} + 0 \right)$$

dan diperoleh, $H_T = 20.0 \text{ m}$

Jadim daya turbin = $\gamma QH_T = (9.79)(0.214)(20.0) = 41.9 \text{ kW}$

3.9.11 Untuk contoh soal tersebut di atas, jika 48.8 kW dihasilkan oleh turbin dan tekanan terukur pada A dan B terbaca masing-masing 141.3 kPa dan - 33.1 kPa, berapa besarkah aliran air yang harus disuplai?

Penyelesaian:

Dari persamaan energi untuk aliran air dari A ke B (dengan datum di B),

$$\left(\frac{147.5}{9.79} + \frac{V_{300}^2}{9.79} + 1.00\right) - H_T = \left(\frac{-34.5}{9.79} + \frac{V_{600}^2}{2g} + 0\right), \text{ dan}$$
$$H_T = \left(\frac{174.4}{9.79} + 1.00 + \frac{V_{300}^2}{2g} - \frac{V_{600}^2}{2g}\right) \quad (\text{A})$$

$$A_{300} V_{300} = A_{600} V_{600}, \text{ atau } \frac{V_{600}^2}{2g} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \frac{V_{300}^2}{2g} = \frac{1}{6} \frac{V_{300}^2}{2g} \quad (\text{B})$$

$$\text{Daya turbin} = 48.8 = \gamma Q H_T = 9.79 \times \frac{1}{4} \pi (0.300)^2 V_{300} \times H_T$$
$$\text{atau } H_T = \frac{70.5}{V_{300}} \quad (\text{C})$$

Substitusi persamaan (A) dan (C), maka

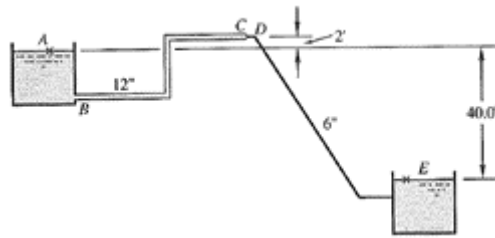
$$70.5/V_{300} = 18.81 + \frac{15}{16} \left(\frac{V_{300}^2}{2g}\right) \text{ atau}$$
$$18.81 V_{300} + 0.0478 V_{300}^3 = 70.5$$

Persamaan ini dijawab dengan coba-coba memasukkan nilai V_{300} ke dalam persamaan di atas, sampai diperoleh keseimbangan antara nilai sebelah kiri dengan kanan persamaan.

3.9.12 Oli dengan gravitasi jenis 0.761 mengalir dari tanki A ke tanki E seperti ditunjukkan pada Gambar 3.17 di bawah ini. Kerugian head untuk setiap bagian, dapat dianggap berlaku persamaan berikut:

$$A \text{ ke } B = 0.60 \frac{V_{12}^2}{2g}, \quad C \text{ ke } D = 0.40 \frac{V_6^2}{2g}$$
$$B \text{ ke } C = 9.0 \frac{V_{12}^2}{2g}, \quad D \text{ ke } E = 9.0 \frac{V_6^2}{2g}$$

Tentukanlah: (a) debit aliran Q dalam cfs, (b) tekanan pada bagian C dalam psi, dan (c) daya pada bagian C, dengan datum di E.



Gambar 3.17

Penyelesaian:

(a) Tinjau bagian A ke E, dengan datum di E,

pada A A ke B B ke C C ke D D ke E pada E

$$(0 + \text{abaikan} + 40.0) - \left[\left(0.60 \frac{V_{12}^2}{2g} + 9.0 \frac{V_{12}^2}{2g} \right) + \left(0.40 \frac{V_6^2}{2g} + 9.0 \frac{V_6^2}{2g} \right) \right] = (0 + \text{abaikan} + 0)$$

$$\text{atau } 40.0 = 9.6(V_{12}^2/2g) + 9.4(V_6^2/2g). \text{ Juga}$$

$$V_{12}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 V_6^2 = \frac{1}{16} V_6^2 \quad V_6^2/2g = 4 \text{ ft} \quad V_6 = 16.0 \text{ ft/sec}$$

$$\text{Jadi debit aliran: } Q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 16.0 = 3.14 \text{ cfs}$$

(b) Tinjau bagian A ke C, dengan datum di A,

$$(0 + \text{abaikan} + 0) - (0.60 + 9.0) \frac{V_{12}^2}{2g} = \left(\frac{p_C}{\gamma} + \frac{V_{12}^2}{2g} + 2 \right)$$

$$\text{dan } \frac{V_{12}^2}{2g} = \frac{1}{6} \frac{V_6^2}{2g} = \frac{1}{6}(4) = \frac{1}{4} \text{ ft}$$

Kemudian, $p_C = -4.65/\gamma$ ft terukur oli, dan

$$p_C = \frac{(0.761 \times 62.4)(-4.65)}{144} = -1.53 \text{ psi terukur}$$

(c) Dengan memakai persamaan Bernoulli dari C ke E, maka:

Daya pada bagian C, adalah:

$$C = \frac{\gamma Q H_c}{550} = \frac{(0.761 \times 62.4)(3.14)(-4.65 + 0.25 + 42.0)}{550} = 10.19$$

3.9.13 Sebuah bola diletakkan dalam suatu arus udara yang berada pada tekanan atmosfer dan bergerak pada 30 m/s. Dengan menggunakan massa jenis udara tetap sebesar 1.23 kg/m³, (a) hitunglah tekana stagnasinya dan (b) hitunglah tekana pada permukaan bola itu disuatu titik B, 750 dari titik stagnasi, jika kecepatan di situ 67m/s.

Penyelesaian:

(a) Dengan menerapkan pernyataan yang diberikan dalam soal sebelumnya, kita peroleh

$$\begin{aligned} p_s &= p_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 = 101.400 + \left(\frac{1}{2}\right)(1.23)(30)^2 \\ &= 102.000 \text{ Pa} = 102.0 \text{ kPa} \end{aligned}$$

(b) Berat jenis udara $\rho g = (1.23)(9.81) = 12.1 \text{ N/m}^3$

Dengan menerapkan persamaan Bernoulli, titik stagnasi ke titik B, menghasilkan

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + 0\right) - 0 &= \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + 0\right) \text{ atau} \\ \left(\frac{102.000}{12.1} + 0 + 0\right) &= \left(\frac{p_B}{\gamma} + \frac{(67)^2}{2g} + 0\right) \end{aligned}$$

Dari mana $\frac{p_B}{\gamma} = 8200 \text{ m udara}$, dan $p_B = \gamma h = (12.1)(8200) = 99.200 \text{ Pa}$ atau 99,2 kPa.

3.9.14 Sebuah tangki tertutup yang besar diisi dengan amoniak di bawah tekanan 5.30 psi gage dan pada 65°F. Pembuangan amoniak ke dalam atmosfer melalui sebuah lubang kecil di sisi tangki. Dengan mengabaikan kerugian gesekan, hitunglah kecepatan amoniak waktu meninggalkan tangki itu (a)

massa jenis dianggap konstan, dan (b) kondisi aliran adiabatik.

Penyelesaian:

(a) Terapkan persamaan Bernoulli, dari tangki ke atmosfer.

$$\left(\frac{5.30 \times 144}{\gamma_1} + 0 + 0 \right) = \left(0 + \frac{V^2}{2g} + 0 \right)$$

dimana $\gamma_1 = \frac{p_1}{RT} = \frac{(5.30 + 14.7)(144)}{(89.5)(460 + 65)} = 0.0613 \text{ lb/ft}^3$

Dengan memasukkan nilainya ke persamaan di atas, diperoleh $V = 895 \text{ ft/s}$

Untuk suatu berat jenis tetap γ , baik *head* tekanan terukur maupun *head* tekanan mutlak bisa digunakan. *Head* tekanan mutlak harus digunakan untuk hal-hal dimana γ tidak tetap.

(b) Untuk $V_1 = 0$ dan $z_1 = z_2$, pernyataan adiabatik (D) dalam soal sebelumnya dituliskan

$$\left(\frac{k}{k-1} \right) \left(\frac{P_1}{\gamma_1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{rac} (k-1)k \right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

Untuk amoniak, $k = 1.32$ dari tabel 1 dalam lampiran, dan

$$\frac{1.32}{0.32} \times \frac{20.0 \times 144}{0.0613} \left[1 - \left(\frac{14.7 \times 144}{20.0 \times 144} \right)^{0.242} \right] = \frac{V_2^2}{2g} \text{ atau } V_2 = 947 \text{ ft}$$

Kesalahan dalam menggunakan kecepatan yang didasarkan pada anggapan massa jenis adalah kira-kira 5.3%.

Berat jenis amoniak dalam semburannya dihitung dengan menggunakan pernyataan

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^k \text{ atau } \frac{20.0}{14.7} = \left(\frac{(0.0613)}{\gamma_2} \right)^{1.32} \text{ dan } \gamma_2 = 0.0485$$

Walaupun perubahan massa jenis 20.7%, kesalahan dalam kecepatannya hanya 5.3%.

3.9.15 Bandingkanlah kecepatan-kecepatan di (a) dan (b) dari soal 3.8.14 untuk suatu tekanan sebesar 15.3 psi terukur dalam tangkinya.

Penyelesaian:

(a) $\gamma_1 = \frac{p_1}{RT} = \frac{30.0 \times 144}{89.5 \times 525} = 0.0919 \text{ lb/ft}^3$ dan dari soal 7.39

$$\frac{15.3 \times 144}{0.0919} = \frac{V^2}{2g} \text{ dan } V = 1243 \text{ ft/s}$$

(b) Dengan menggunakan pernyataan adiabatik yang diberikan dalam soal 7.39,

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{1.32}{0.32} \times \frac{30.0 \times 144}{0.0919} \left[1 - \left(\frac{14.7 \times 114}{30.0 \times 114} \right)^{0.242} \right]$$

dan $V = 1407 \text{ ft/s}$

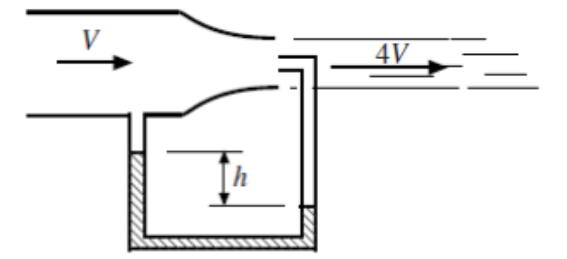
Kesalahan dalam menggunakan kecepatan yang didasarkan pada anggapan massa jenis tetap adalah kira-kira 12%. Perubahan massa jenis dalam hal ini kira-kira 42%.

3.10 Soal-Soal Tambahan

3.10.1 Air keluar dari sebuah keran berdiameter 1 cm. Estimasi kecepatan maksimum yang akan menghasilkan aliran laminar jika temperature airnya adalah 20°C dan 50°C. Asumsikan $Re = 2000$.

3.10.2 Udara mengalir melalui dan paralel terhadap sebuah pelat datar pada 2 m/s. Berapa panjangkah bagian laminar dari lapisan batasannya jika temperatur udara adalah (a) 30°C, (b) 70°C dan (c) 200°C? Asumsikan tingkat fluktuasi yang tinggi pada pelat yang kaku dan halus.

- 3.10.3** Tentukanlah kecepatan V di dalam pipa, jika fluida yang mengalir di dalam pipa dalam Gambar 3.18 adalah
- Udara atmosfer dan $h = 40$ cm air
 - Air dan $h = 20$ cm air raksa
 - Minyak tanah dan $h = 30$ cm air raksa
 - Bensin dan $h = 80$ cm air.



Gambar 3.18

- 3.10.4** Sebuah tabung pitot-statik mengukur tekanan total P_T dan tekanan lokal p dalam aliran seragam di dalam pipa air berdiameter 4 cm. Hitunglah laju alirannya jika:
- $P_T = 1500$ mm air raksa dan $p = 150$ kPa
 - $P_T = 250$ kPa dan $p = 800$ mm air raksa.
- 3.10.5** Penurunan tekanan di sepanjang pipa horizontal dengan panjang 15 m dan diameter 8 mm yang mengalirkan air 400C terukur sebesar 1200 Pa. Alirannya diasumsikan laminar. Tentukanlah (a) kecepatan maksimum di dalam pipa, (b) bilangan Reynolds, dan (c) tegangan geser dinding.
- 3.10.6** Suatu cairan mengalir melalui sebuah pipa berdiameter 2 cm pada laju 20 L setiap menit. Asumsikan aliran laminar dan estimasikanlah penurunan tekanan di sepanjang pipa

horizontal dengan panjang 20 m tersebut untuk (a) air pada 40°C, (b) oli SAE-10 pada 20°C dan (c) gliserin pada 40°C. Tentukanlah apakah asumsi aliran laminar memang layak.

- 3.10.7** Air pada 20°C mengalir melalui sebuah pipa berdiameter 12 mm pada sebuah lereng menurun sehingga $Re = 2000$. Sudut berapakah yang akan menghasilkan penurunan tekanan nol?
- 3.10.8** Air pada 40°C mengalir di dalam sebuah pipa vertikal berdiameter 8 mm pada laju 2 L/menit. Dengan mengasumsikan aliran laminar, hitunglah penurunan tekanan sepanjang jarak 20 m, jika alirannya (a) ke arah atas dan (b) ke arah bawah.
- 3.10.9** Dalam suatu aliran cairan melalui jalur pipa kerugiannya 3 kW untuk kecepatan rata-ratanya sebesar 2 m/s dan 6 kW untuk 3 m/s. Bagaimanakah sifat aliran tersebut?
- 3.10.10** Suatu jalur pipa mengalirkan minyak dengan gravitasi jenis 0,86, pada kecepatan 2 m/s melalui pipa yang bergaris-tengah-dalam 200 mm. Di bagian lain garis-tengahnya 70 mm. Berapakah kecepatan di bagian ini dan laju aliran massanya dalam kg/s?
- 3.10.11** Sebuah pipa berdiri dengan garis-tengah 30 ft dan tinggi 40 ft berisi air. Berapakah energi potensial dalam air ini, jika datum ketinggian diambil 10 ft di bawah alas alas pipa berdiri tersebut?
- 3.10.12** Berapa banyakkah kerja yang dapat diperoleh dari air dalam soal 3.9.11, jika dialirkan melalui turbin yang 100% efisiennya yang membuang ke reservoir dengan ketinggian 30 ft di bawah alas pipa berdiri tersebut.

- 3.10.13** Berapakah fluks energi kinetik, dalam meter-newton per sekon, dari $0,01 \text{ m}^3/\text{s}$ minyak dengan gravitasi jenis $0,80$, yang mengalir ke luar dari nosel yang bergaris-tengah 30 mm ?
- 3.10.14** Dengan mengabaikan tahanan udara, tentukanlah sampai berapa tinggi sebuah jet air vertikal akan naik dengan kecepatan 60 ft/s .
- 3.10.15** Jika jet air dalam soal 3.9.14 diarahkan ke atas 45° terhadap bidang horizontal dan tahanan udara diabaikan, sampai berapa tinggikah jet tersebut akan naik dan berapakah kecepatan di titik tertingginya?

Bab IV

Aliran Fluida Dalam Pipa

4.1 Pendahuluan

Materi di dalam bab ini difokuskan pada pengaruh viskositas pada aliran di dalam pipa. Parameter utama yang dibutuhkan di dalam suatu aliran internal atau aliran dalam pipa adalah bilangan Reynolds, sebagaimana telah diuraikan pada persamaan 3.10 yaitu

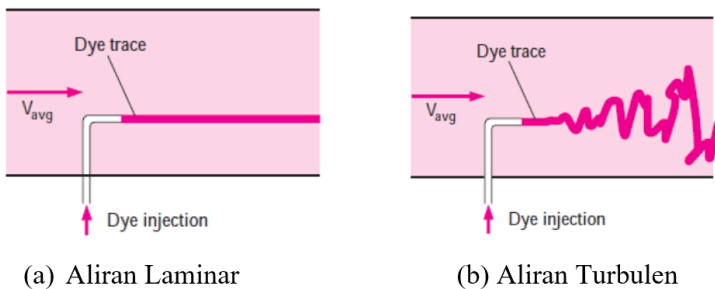
$$Re = \rho VD / \mu \quad (4.1)$$

di mana D adalah diameter dalam pipa dan V adalah kecepatan rata-rata aliran fluida dalam pipa.

Jika efek viskositas mendominasi aliran ini, seperti misalnya di dalam pipa yang sangat Panjang, bilangan Reynolds menjadi penting, jika efek-efek inersia yang mendominasi, seperti misalnya pada belokan patah atau mulut pipa, maka efek-efek viskositas biasanya diabaikan karena tidak memiliki area yang cukup luas untuk bekerja, sehingga bilangan Reynolds tidak terlalu berpengaruh.

4.2. Aliran Laminar Dan Turbulen

Jika Anda pernah berada di sekitar perokok, Anda mungkin memperhatikan bahwa asap rokok naik dengan gumpalan halus selama beberapa sentimeter pertama dan kemudian mulai berfluktuasi secara acak ke segala arah saat terus naik. Demikian pula, pemeriksaan yang cermat terhadap aliran dalam pipa, mengungkapkan bahwa aliran fluida disederhanakan pada kecepatan rendah, tetapi berubah menjadi kacau atau bergolak ketika kecepatan meningkat di atas nilai kritis, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.1. Rezim aliran dalam kasus pertama dikatakan laminar, dicirikan oleh garis arus yang halus dan gerakan yang sangat teratur, dan turbulen dalam kasus kedua, di mana ia dicirikan oleh fluktuasi kecepatan dan gerakan yang sangat tidak teratur. Transisi dari aliran laminar ke turbulen tidak terjadi secara tiba-tiba; melainkan, itu terjadi di beberapa wilayah di mana aliran berfluktuasi antara aliran laminar dan turbulen, sebelum menjadi turbulen penuh. Sebagian besar aliran yang ditemui dalam praktiknya adalah turbulen. Aliran laminar ditemui ketika cairan yang sangat kental seperti minyak mengalir di pipa kecil atau saluran sempit.



Gambar 4.1 Perilaku fluida berwarna yang diinjeksikan ke dalam aliran laminar dan aliran turbulen dalam pipa (Pustaka 4)

Kita dapat memverifikasi keberadaan rezim aliran laminar, transisi, dan turbulen ini dengan menyuntikkan beberapa garis pewarna ke dalam aliran dalam pipa kaca, seperti yang dilakukan insinyur Inggris Osborne Reynolds (1842–1912) lebih dari satu abad yang lalu. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa, garis pewarna membentuk garis lurus dan halus pada kecepatan rendah ketika alirannya laminar, memiliki ledakan fluktuasi dalam rezim transisi, dan zigzag dengan cepat dan acak ketika aliran menjadi sepenuhnya bergolak. Ini zig zag dan dispersi pewarna merupakan indikasi fluktuasi aliran utama dan pencampuran cepat partikel fluida dari lapisan yang berdekatan. Pencampuran cairan yang intens dalam aliran turbulen, sebagai akibat dari fluktuasi yang cepat meningkatkan transfer momentum antara partikel-partikel fluida, yang meningkatkan gaya gesekan pada permukaan dan dengan demikian kekuatan pemompaan yang diperlukan. Faktor gesekan mencapai maksimum ketika aliran menjadi turbulen penuh.

Pada bilangan Reynolds yang besar, gaya inersia, yang sebanding dengan densitas fluida dan kuadrat kecepatan fluida, relatif besar terhadap gaya viskos, dan dengan demikian gaya viskos tidak dapat mencegah fluktuasi fluida yang acak dan cepat. Namun, pada bilangan Reynolds kecil atau sedang, gaya viskos cukup besar untuk menekan fluktuasi ini dan untuk menjaga agar fluida tetap “sejalan”. Jadi alirannya turbulen pada kasus pertama dan laminar pada kasus kedua.

Bilangan Reynolds di mana aliran menjadi turbulen disebut bilangan Reynold kritis, Re_{cr} . Nilai bilangan Reynolds kritis berbeda untuk geometri dan kondisi aliran yang berbeda. Untuk aliran internal dalam pipa melingkar, nilai bilangan Reynolds kritis yang diterima secara umum adalah $Re_{cr} = 2300$.

Untuk aliran melalui pipa nonsirkular, bilangan Reynolds didasarkan pada diameter hidrolis D_h yang didefinisikan sebagai berikut,

$$D = \frac{4A_c}{P} \quad (4.2)$$

di mana A_c adalah luas penampang pipa dan p adalah keliling basahnya. Diameter hidrolis didefinisikan sedemikian rupa sehingga berkurang menjadi diameter biasa D untuk pipa melingkar.

Tentu saja diinginkan untuk memiliki nilai bilangan Reynolds yang tepat untuk aliran laminar, transisi, dan turbulen, tetapi dalam praktiknya tidak demikian. Ternyata transisi dari aliran laminar ke turbulen juga tergantung pada derajat gangguan aliran oleh kekasaran permukaan, getaran pipa, dan fluktuasi aliran. Dalam kondisi yang paling praktis, aliran dalam pipa melingkar adalah laminar untuk $Re \leq 2300$, turbulen untuk $Re \geq 4000$, dan transisi di antaranya atau dituliskan sebagai berikut,

$Re \leq 2300$	Aliran Laminar
$2300 \leq Re \leq 4000$	Aliran Transisi
$Re \geq 4000$	Aliran Turbulen

Dalam aliran transisi, aliran beralih antara laminar dan turbulen secara acak. Harus diingat bahwa aliran laminar dapat dipertahankan pada bilangan Reynolds yang jauh lebih tinggi dalam pipa yang sangat halus, dengan menghindari gangguan aliran dan getaran pipa. Dalam eksperimen yang dikontrol dengan hati-hati seperti itu, aliran laminar telah dipertahankan pada bilangan Reynolds hingga 100.000.

4.3 Kerugian *Head* Aliran dalam Pipa

4.3.1 Kerugian Utama (Mayor) *Head* Aliran dalam Pipa

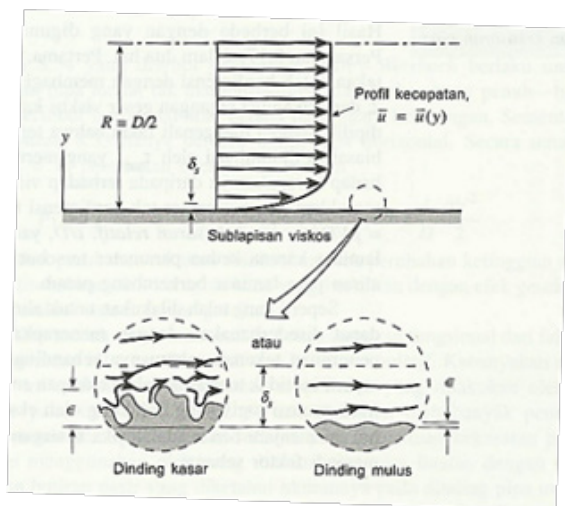
Suatu analisis dimensional dari aliran pipa memberikan dasar yang paling mudah untuk membahas aliran pipa turbulen berkembang penuh. Penurunan tekanan dan kerugian *head* dalam sebuah

pipa tergantung pada tegangan geser dinding, τ_w antara fluida dan permukaan pipa. Sebuah perbedaan yang mendasar antara aliran laminar dan turbulen adalah bahwa tegangan geser untuk aliran turbulen adalah fungsi dari kerapatan fluida, ρ . Untuk aliran laminar, tegangan geser tidak tergantung pada kerapatan, sehingga hanya viskositas, μ , yang menjadi sifat fluida yang penting.

Jadi, penurunan tekanan, Δp , untuk aliran turbulen tunak, tak mampu mampat di dalam pipa bundar horizontal berdiameter D dapat ditulis dalam bentuk fungsional sebagai

$$\Delta p = F(V, D, l, \epsilon, \mu, \rho) \quad (4.3)$$

Dimana V adalah kecepatan rata-rata, l panjang pipa, dan ϵ adalah suatu ukuran kekasaran dinding pipa. Jelas bahwa Δp harus merupakan sebuah fungsi dari V , D , dan l . Ketergantungan dari Δp pada sifat fluida μ dan ρ diperkirakan karena ketergantungan dari ' l ' terhadap parameter-parameter ini.



Gambar 4.2 Aliran di dalam sublapisan viskos di dekat dinding kasar dan mulus (Pustaka 3)

Meskipun penurunan tekanan untuk aliran pipa laminar tidak tergantung pada kekasaran pipa, namun ketika membahas aliran turbulen parameter ini menjadi perlu diikutsertakan. Seperti yang diilustrasikan pada Gambar 4.2, untuk aliran turbulen terdapat sebuah sublapisan viskos yang relatif tipis yang terbentuk di fluida dekat dinding pipa. Dalam banyak hal, lapisan ini sangat tipis, $\delta/D \ll 1$, dimana δs adalah ketebalan sublapisan tersebut. Jika suatu elemen kekasaran pipa menembus cukup jauh ke dalam (atau bahkan melewati) lapisan ini, maka struktur dan sifat dari sublapisan viskos ini (dan juga Δp dan τ_w) akan berbeda daripada jika dindingnya mulus. Jadi, untuk aliran turbulen penurunan tekanan dianggap sebagai fungsi dari kekasaran dinding. Untuk aliran laminar tidak ada lapisan viskostipis, efek viskos adalah penting di sepanjang penampang pipa. Jadi, elemen-elemen kekasaran yang relatif kecil memberikan efek-efek yang dapat diabaikan sarna sekali pada aliran pipa laminar. Tentu saja, untuk pipa-pipa dengan “kekasaran” dinding yang besar ($\epsilon/D \geq 0,1$), seperti pada pipa-pipa beralur, laju aliran dapat merupakan sebuah fungsi dari “kekasaran”, Kita hanya akan membahas pipa-pipa tipikal dengan diameter tetap dengan kekasaran relatif dalam kisaran $0 \leq \epsilon/D \leq 0,05$. Analisis untuk aliran dalam pipa beralur tidak masuk kedalam kategori pipa berdiameter tetap, meskipun hasil-hasil eksperimen untuk pipa-pipa seperti itu telah tersedia.

Daftar parameter-parameter yang diberikan pada persamaan 10, jelas merupakan daftar yang lengkap. Artinya, eksperimen-eksperimen telah menunjukkan bahwa parameter-parameter yang lain (seperti tegangan permukaan, tekanan uap, dan lain-lain) tidak mempengaruhi penurunan tekanan untuk kondisi yang ditetapkan (aliran tunak, takmampu-mampat; pipa horizontal berpenampang bundar). Karena ada tujuh variabel ($k = 7$) yang dapat ditulis dalam tiga-dimensi acuan *MLT* ($r = 3$), Persamaan 10 dapat ditulis dalam

bentuk tak berdimensi dalam sukuk - $r = 4$ grup tak berdimensi, salah satu representasinya adalah

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \varphi\left(\frac{\rho VD}{\mu}, \frac{l}{D}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (4.4)$$

Hasil ini berbeda dengan yang digunakan untuk aliran laminar dalam dua hal. Pertama, kita telah memilih untuk membuat tekanan takberdimensi dengan membaginya dengan tekanan dinamik, $\rho V^2/2$, dan bukannya tegangan geser viskos karakteristik, $\mu \cdot V/D$. Kesepakatan ini dipilih dengan mengenali fakta bahwa tegangan geser untuk aliran turbulen biasanya didominasi oleh τ_{turb} yang merupakan fungsi yang lebih kuat terhadap kerapatannya daripada terhadap viskositasnya. Kedua, kita telah memasukkan dua parameter takberdimensi tambahan, Bilangan Reynolds, $Re = \rho VD/\mu$, dan kekasaran relatif, ε/D , yang tidak terdapat dalam formulasi laminar karena kedua parameter tersebut p dan ε , tidak penting di dalam aliran pipa laminar berkembang penuh.

Seperti yang telah dilakukan untuk aliran laminar, representasi fungsional dapat disederhanakan dengan menerapkan asumsi yang memadai bahwa penurunan tekanan seharusnya sebanding dengan panjang pipa. (Langkah seperti ini tidak termasuk dalam cakupan analisis dimensional. Hal ini semata mata asumsi logis yang didukung oleh eksperimen). Satu-satunya cara agar hal ini menjadi benar adalah jika ketergantungan terhadap l/D dikeluarkan menjadi faktor sebagai

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{l}{D} \varphi\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (4.5)$$

Jadi, untuk sebuah pipa horizontal,

$$\Delta p = f \frac{l}{D} \frac{\rho V^2}{2} \quad (4.6)$$

di mana

$$f = \phi\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Untuk aliran berkembang penuh laminar, nilai f secara sederhana dinyatakan sebagai $f = 64/\text{Re}$, tidak tergantung pada ε/D . Untuk aliran turbulen, ketergantungan fungsional dari faktor gesekan terhadap bilangan Reynolds dan kekasaran relatif, $f = \phi(\text{Re}, \varepsilon/D)$, agak rumit sehingga belum dapat diperoleh melalui analisis teoretis. Hasil-hasil diperoleh dari banyak eksperimen dan disajikan biasanya disajikan dalam bentuk rumus pencocokan kurva atau bentuk-bentuk grafik yang ekuivalen.

Persamaan energi untuk aliran tunak takmampumampat adalah

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad (4.8)$$

dimana h_L adalah kerugian head antara bagian (1) dan (2). Dengan asumsi pipa berdiameter konstan ($D_1 = D_2$ sehingga $V_1 = V_2$), horizontal ($Z_1 = Z_2$) dengan aliran berkembang penuh ($\alpha_1 = \alpha_2$), persamaan ini menjadi $\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma h_L$ yang dapat dikombinasikan dengan Persamaan 4.6 sehingga menghasilkan

$$h_L = f \frac{L}{D} + \frac{V^2}{2g}$$

Sebagian dari perubahan tekanan disebabkan oleh perubahan ketinggian dan sebagian disebabkan oleh kerugian *head* yang berkaitan dengan efek gesekan, yang dinyatakan dalam faktor gesekan (f).

Tidaklah mudah untuk menentukan ketergantungan fungsional dari faktor gesekan terhadap bilangan Reynolds dan kekasaran relatif. Kebanyakan dari informasi ini adalah hasil eksperimen-

eksperimen yang dilakukan oleh J. Nikuradse pada tahun 1933 dan diperkuat oleh banyak peneliti lainnya setelah itu. Satu kesulitan terletak pada penentuan kekasaran pipa. Nikuradse menggunakan pipa yang dikasarkan secara buatan dengan menempelkan butiran pasir yang diketahui ukurannya pada dinding pipa untuk menghasilkan pipa dengan permukaan seperti kertas amplas. Penurunan tekanan yang diperlukan untuk menghasilkan laju aliran yang diinginkan diukur dan data tersebut kemudian dikonversikan menjadi faktor gesekan untuk kondisi bilangan Reynolds dan kekasaran relatif yang berkaitan. Pengujian tersebut diulang berkali-kali untuk kisaran Re dan ε/D yang lebar untuk menentukan ketergantungan $f = \phi (Re, \varepsilon/D)$.

Pada pipa-pipa yang tersedia secara komersial kekasaran tidak begitu seragam dan terdefinisi dengan baik seperti pada pipa-pipa dengan kekasaran arti fisis yang digunakan Nikuradse. Namun demikian, sebuah ukuran kekasaran relatif efektif dari pipa tersebut tetap mungkin didapatkan dan dengan demikian dapat diperoleh faktor gesekannya. Nilai-nilai kekasaran yang khas untuk berbagai permukaan pipa diberikan pada Tabel 4.1. Gambar 4.3 menunjukkan ketergantungan fungsional dari f pada Re dan ε/D dan disebut sebagai Diagram Moody, untuk menghormati L.F. Moody, yang bersama-sama dengan C.P. Colebrook, mengkorelasikan data asli dari Nikuradse dalam suku-suku kekasaran relatif dari material-material pipa yang tersedia secara komersial. Perlu diperhatikan bahwa nilai dari ε/D tidak perlu selalu bersesuaian dengan nilai aktual yang diperoleh melalui suatu penentuan mikroskopik dari ketinggian rata-rata kekasaran permukaan. Namun demikian, nilai-nilai tersebut memberikan korelasi yang benar untuk $f = \phi (Re, \varepsilon/D)$.

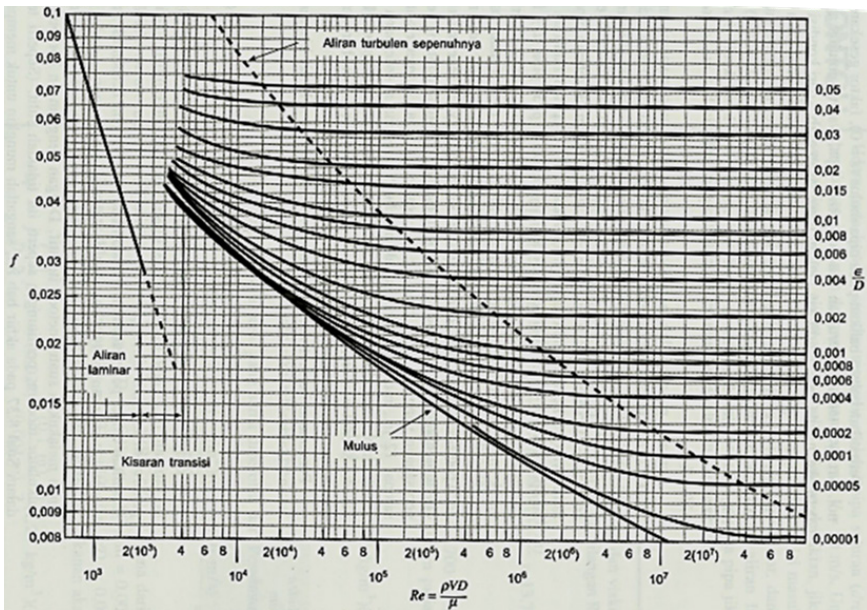
Tabel 1. Kekasaran ekivalen untuk pipa baru (Pustaka 3)

Pipa	Kekasaran ekivalen, ϵ	
	Feet	Millimeter
Paku baja	0,003–0,03	0,9–9,0
Beton	0,001–0,01	0,3–3,0
Kayu diampelas	0,0006–0,003	0,18–0,9
Besi tuang	0,00085	0,26
Besi galvanisir	0,0005	0,15
Besi komersial atau besi tempa	0,00015	0,045
Pipa saluran	0,000005	0,0015
Plastik, gelas	0,0 (halus)	0,0 (halus)

Hal penting yang perlu diperhatikan adalah bahwa nilai-nilai kekasaran relatif yang diberikan berlaku untuk pipa-pipa yang baru dan bersih. Setelah pemakaian yang cukup lama, kebanyakan pipa (karena terbentuknya karat atau kerak) mungkin mempunyai kekasaran relatif yang jauh lebih besar (barangkali besarnya berlipat kali) daripada yang diberikan. Pipa-pipa yang sangat tua mungkin sudah cukup berkerak sehingga nilai ϵ dan juga diameter efektifnya sudah cukup banyak berubah.

Karakteristik-karakteristik berikut terlihat dari data pada Gambar 8.20. Untuk aliran laminar, $f = 64/Re$), yang tidak tergantung pada kekasaran relatif. Untuk bilangan Reynolds yang sangat besar, $f = \phi(\epsilon/D)$ yang tidak tergantung pada bilangan Reynolds. Untuk aliran-aliran seperti itu, yang biasanya disebut sebagai aliran turbulen penuh (atau aliran turbulen seluruhnya), sublapisan laminar sedemikian tipisnya (ketebalannya berkurang dengan meningkatnya Re) sehingga kekasaran permukaan sepenuhnya mendominasi karakter aliran di dekat dinding. Jadi, penurunan tekanan yang diperlukan lebih merupakan akibat dari tegangan geser turbulen yang didominasi oleh inersia daripada akibat tegangan geser laminar yang

didominasi oleh viskositas yang biasanya dijumpai pada sublapisan viskos. Untuk aliran dengan nilai Re yang sedang, faktor gesekan jelas tergantung pada keduanya, bilangan Reynolds dan kekasaran relatif $f = \phi(Re, \epsilon/D)$. Kekosongan pada gambar dimana tidak ada nilai f yang diberikan (kisaran $2100 < Re < 4000$) adalah akibat dari kenyataan bahwa aliran pada kisaran transisi ini mungkin laminar atau turbulen (atau percampuran tak tetap antara keduanya) tergantung pada situasi spesifik yang terlibat.



Gambar 4.3 Faktor gesekan sebagai fungsi dari bilangan Reynold dan kekasaran relatif pipa. Dinamakan diagram Moody (Pustaka 3)

Perhatikan bahwa bahkan pada pipa mulus ($\epsilon = 0$), faktor gesekan tidak nol. Artinya, terdapat kerugian head di setiap pipa, walau semulus apapun permukaan pipa tersebut dibuat. Hal ini merupakan akibat dari kondisi tanpa slip yang mensyaratkan fluida apapun tetap menempel pada permukaan padat manapun yang dilewati alirannya.

Selalu terdapat kekasaran permukaan mikroskopik yang menghasilkan perilaku tanpa slip (sehingga $f \neq 0$) pada tingkatan molekuler, bahkan ketika kekasaran jauh lebih kecil daripada ketebalan sublapisan viskos. Pipa-pipa seperti itu disebut mulus secara hidrolis.

Berbagai peneliti telah mencoba untuk mendapatkan pernyataan analitis untuk $f = \phi(\text{Re}, \varepsilon/D)$. Perhatikan bahwa diagram Moody mencakup kisaran yang sangat luas dalam parameter-parameter aliran. Daerah nonlaminar mencakup kisaran bilangan Reynolds lebih dari sepuluh pangkat empat besarnya—dari $\text{Re} = 4 \times 10^3$ sampai $\text{Re} = 10^8$. Jelas, untuk sebuah pipa dan fluida yang diketahui, nilai-nilai yang khas dari kecepatan rata-rata tidak meliputi kisaran ini. Namun karena variasi yang besar pada pipa (D), fluida (ρ dan μ) dan kecepatan (V), kisaran Re yang sedemikian besarnya diperlukan untuk mengakomodasi hampir seluruh aplikasi aliran pipa. Dalam banyak kasus, aliran pipa tertentu yang dibahas terbatas pada daerah yang relatif kecil pada diagram Moody, dan pernyataan semiempiris yang sederhana dapat dikembangkan untuk kondisi-kondisi tersebut. Sebagai contoh, sebuah perusahaan yang membuat pipa air dari besi cor dengan diameter antara 2 sampai 12 inci, mungkin menggunakan sebuah persamaan sederhana yang berlaku hanya untuk kondisi-kondisi mereka saja. Sebaliknya diagram Moody, berlaku secara universal untuk semua aliran pipa yang tunak, berkembang penuh dan tak mampu-mampat.

Persamaan berikut dari Colebrook berlaku untuk seluruh kisaran non laminar dalam diagram Moody

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (4.9)$$

Pada kenyataannya, diagram Moody adalah sebuah representasi grafis dari persamaan ini, yang merupakan sebuah pencocokan

empiris dari data penurunan tekanan aliran pipa. Persamaan 4.9 disebut rumus Colebrook. Kesulitan dalam penggunaannya adalah bahwa rumus ini berbentuk implisit dalam ketergantungannya terhadap f . Artinya, untuk suatu kondisi yang diberikan (Re dan ε/D), tidaklah mungkin mencari penyelesaian untuk f tanpa melakukan suatu metode iteratif. Dengan penggunaan komputer dan kalkulator modern, perhitungan seperti itu tidaklah sulit. Hal yang memerlukan kehati-hatian dalam menentukan penggunaan diagram Moody atau rumus Colebrook yang ekuivalen. Karena berbagai ketidakakuratan inheren yang terlibat (ketidakpastian pada kekasaran relatif, ketidakpastian pada data eksperimen yang digunakan untuk menghasilkan diagram Moody, dan lain-lain.), penggunaan akurasi sampai beberapa desimal dalam masalah aliran pipa biasanya tidak dijustifikasi. Pada umumnya, akurasi 10% adalah yang diperkirakan paling baik.

4.3.2 Kerugian *Minor Head* Aliran dalam Alat Bantu Pipa

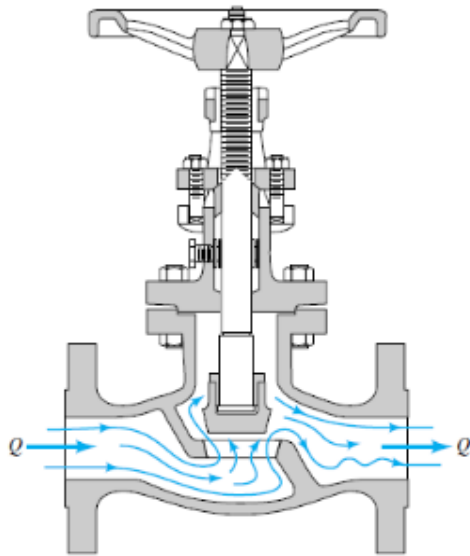
Seperti yang telah dibahas pada bagian sebelumnya, kerugian head pada bagian pipa yang lurus dan panjang dapat dihitung dengan menggunakan faktor gesekan yang diperoleh dari diagram Moody atau persamaan Colebrook. Kebanyakan sistem pipa, bagaimanapun, terdiri dari lebih dari pipa lurus. Komponen tambahan ini berupa katup, tikungan, tee, dan sejenisnya serta menambah kerugian sistem secara keseluruhan. Rugi-rugi seperti itu umumnya disebut rugi-rugi minor, dengan implikasi yang jelas bahwa sebagian besar rugi-rugi sistem berhubungan dengan gesekan pada bagian lurus pipa, rugi-rugi mayor. Dalam banyak kasus ini benar. Dalam kasus lain kerugian minor lebih besar dari kerugian mayor. Pada bagian ini kami menunjukkan bagaimana menentukan berbagai kerugian minor yang umum terjadi pada sistem perpipaan.

Pola aliran melalui komponen tipikal seperti katup ditunjukkan pada Gambar 4.4. Tidak sulit untuk menyadari bahwa analisis

teoretis untuk memprediksi rincian aliran tersebut untuk mendapatkan kerugian *head* untuk komponen ini belum mungkin dilakukan. Dengan demikian, informasi kerugian *head* untuk semua komponen pada dasarnya diberikan dalam bentuk tak berdimensi dan berdasarkan data eksperimen. Metode yang paling umum digunakan untuk menentukan kerugian *head* atau penurunan tekanan ini adalah dengan menentukan koefisien kerugian, K_L yang didefinisikan sebagai:

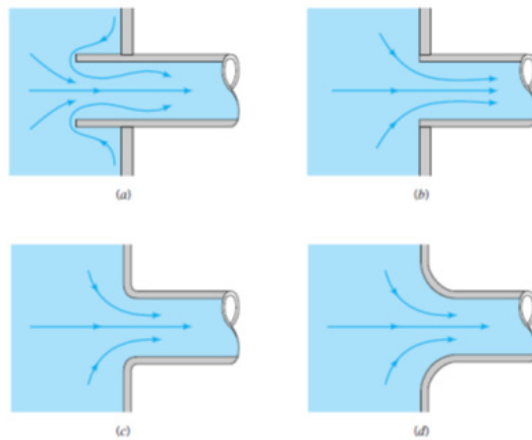
$$h_L = K_L \frac{V^2}{2g} \quad (4.10)$$

Penurunan tekanan melalui komponen yang mempunyai koefisien kerugian $K_L = 1$ besarnya sama dengan tekanan dinamik, $\rho \frac{V^2}{2g}$. Nilai K_L yang aktual sangat tergantung pada geometri komponen yang tersebut. Ini mungkin juga tergantung pada sifat fluida. Sehingga, $K_L = \phi$ (geometri, Re)



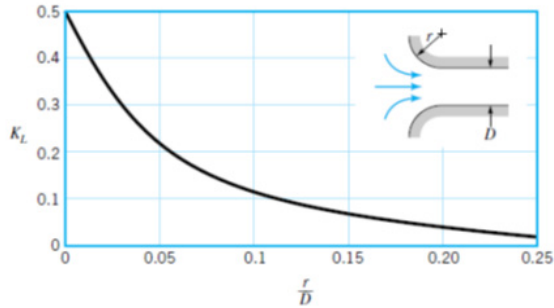
Gambar 4.4 Aliran melalui sebuah katup (Pustaka 3)

Fluida dapat mengalir dari reservoir ke dalam pipa melalui sejumlah daerah masuk yang berbentuk berbeda seperti yang digambarkan pada Gambar 4.5. Setiap geometri memiliki koefisien kerugian head yang berkaitan. Efek bersihnya adalah bahwa koefisien kerugian untuk sisi masuk bermata bundar bertepi tajam kira-kira sebesar $K_L = 0,50$. Setengah dari *head* kecepatan hilang ketika fluida masuk ke dalam pipa. Jika pipa menonjol ke dalam tangka seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.5a, kerugiannya bahkan lebih besar lagi.



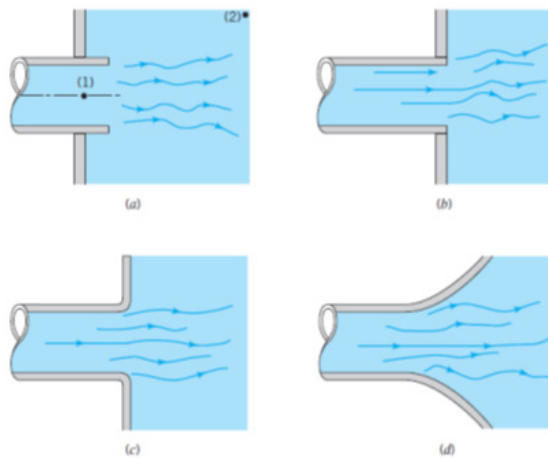
Gambar 4.5 Kondisi aliran masuk dan koefisien kerugian (a) Re-entrant, $K_L = 0,8$, (b) tepi-tajam, $K_L = 0,5$, (c) sedikit-dibulatkan, $K_L = 0,2$, (d) dibulatkan dengan baik, $K_L = 0,04$ (Pustaka 3)

Cara yang paling jelas untuk mengurangi kerugian sisi masuk adalah dengan membulatkan daerah sisi masuk seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.5c, sehingga mengurangi atau menghilangkan efek *vena contracta*. Nilai khas untuk koefisien kerugian untuk sisi masuk dengan berbagai bentuk pemulusan daerah tepian masuk ditunjukkan pada Gambar 4.6. Pengurangan K_L yang signifikan dapat diperoleh hanya dengan sedikit pembulatan atau pemulusan.



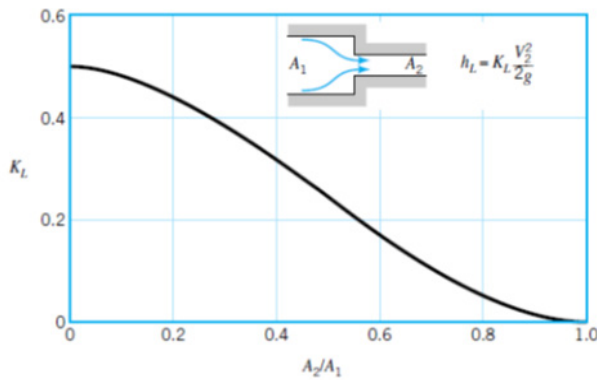
Gambar 4.6 Koefisien kerugian sisi masuk sebagai fungsi dari pembulatan tepian sisi masuk (Pustaka 3).

Suatu kerugian *head* (kerugian sisi keluar) juga dihasilkan ketika fluida mengalir dari pipa ke tangki seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.7. Dalam kasus ini, seluruh energi kinetik dari fluida yang keluar (kecepatan V_1) akan hilang melalui efek viskos saat aliran fluida bercampur dengan fluida di dalam tangki dan akhirnya diam ($V_2 = 0$). Kerugian sisi keluar dari titik (1) dan (2) oleh karena itu ekuivalen dengan satu *head* kecepatan, atau $K_L = 1$.

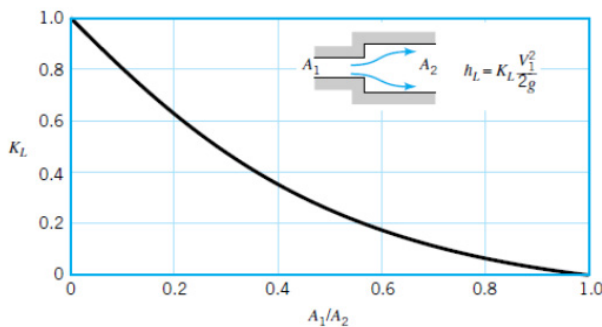


Gambar 4.7 Kondisi aliran masuk dan koefisien kerugian (a) Reentrant, $K_L = 1,0$, (b) tepi-tajam, $K_L = 1,0$, (c) sedikit-dibulatkan, $K_L = 1,0$, (d) dibulatkan dengan baik, $K_L = 1,0$ (Pustaka 3).

Kerugian juga terjadi karena suatu perubahan dari diameter pipa seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.8 dan 4.9. Aliran sisi masuk dan keluar dengan tepi tajam yang telah dibahas sebelumnya. Koefisien kerugian untuk kontraksi mendadak, adalah fungsi dari rasio luas, A_2/A_1 , sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 4.8 dan 4.9. Nilai dari K_L berubah secara gradual dari suatu kondisi ekstrim dengan sisi masuk bertepi tajam ($A_2/A_1 = 0$ dengan $K_L = 0,50$) sampai kondisi ekstrim lainnya tanpa adanya perubahan luas ($A_2/A_1 = 1$ dengan $K_L = 0$)

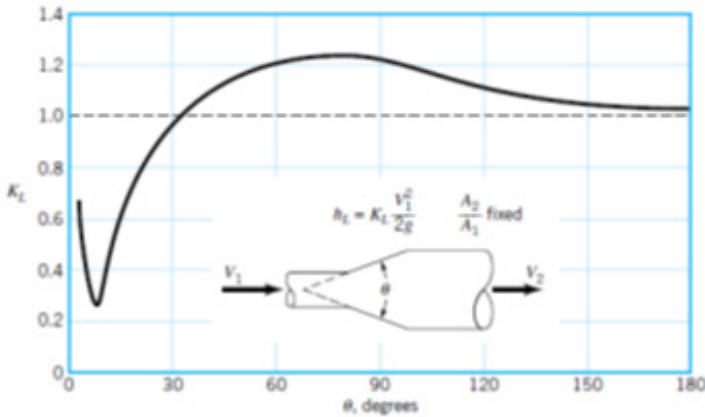


Gambar 4.8 Koefisien kerugian untuk kontraksi mendadak (Pustaka 3).



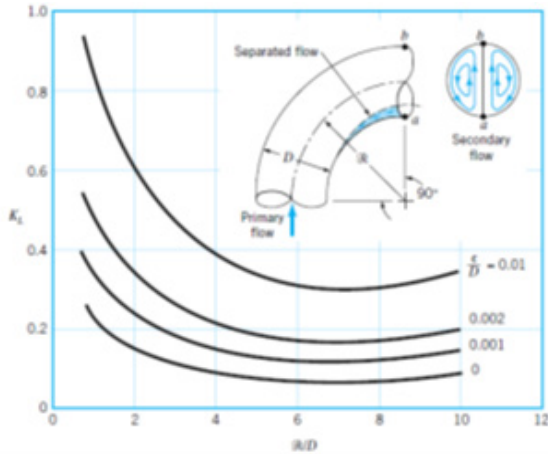
Gambar 4.9 Koefisien kerugian untuk pembesaran mendadak (Pustaka 3).

Kerugian yang terjadi dapat sangat berbeda jika kontraksi atau pembesaran berlangsung secara bertahap. Suatu hasil yang khas pada sebuah difuser kerucut dengan rasio luas A_2/A_1 , ditunjukkan pada Gambar 4.10.



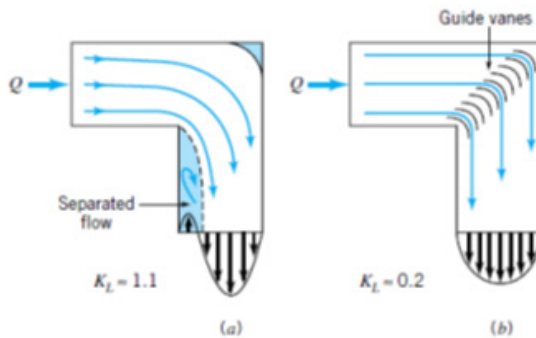
Gambar 4.10 Koefisien kerugian untuk difuser kerucut (Pustaka 3).

Belokan pada pipa menghasilkan kerugian head yang lebih besar daripada jika pipa lurus. Kerugian tersebut disebabkan daerah aliran yang terpisah di dekat sisi dalam belokan (khususnya jika belokan tajam) dan aliran sekunder yang berpusar karena ketidakseimbangan gaya-gaya sentripetal akibat kelengkungan sumbu pipa. Efek-efek ini dan nilai K_L yang berkaitan untuk aliran dengan bilangan Reynolds besar melalui belokan 90 ditunjukkan pada Gambar 4.11. Kerugian gesekan akibat panjang aksial belokan pipa harus dihitung dan ditambahkan terhadap nilai yang diberikan oleh koefisien kerugian pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 Karakteristik aliran pada belokan 900 dan koefien kerugian yang berkaitan (Pustaka 3).

Untuk situasi dimana ruang sangat terbatas, perubahan aliran biasanya dilakukan dengan belokan siku, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.12 dan bukannya belokan mulus. Kerugian-kerugian yang besar pada belokan serupa itu dikurangi dengan menggunakan sudu-sudu pengarah (*guide vanes*) yang dirancang sangat hati-hati sehingga membantu mengarahkan aliran dengan sedikit arus pusar dan gangguan-gangguan yang tidak dikehendaki.



Gambar 4.11 Karakteristik aliran pada belokan 90° dan koefien kerugian yang berkaitan: (a) tanpa sudu pengarah, (b) dengan sudu pengarah (Pustaka 4)


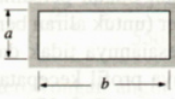
Sebuah kategori penting lainnya dari komponen-komponen sistem perpipaan adalah fitting pipa yang tersedia secara komersial seperti sambungan siku, sambungan T, *reducer*, katup-katup dan saringan. Nilai K_L dari komponen-komponen serupa itu sangat tergantung pada bentuk dari komponen dan hanya sedikit tergantung pada bilangan Reynolds untuk aliran-aliran dengan bilangan Reynolds yang besar. Jadi, koefisien kerugian untuk sambungan siku 90° tergantung pada apakah sambungan-sambungan pipa berulir atau berflens namun, dalam batas-batas keakuratan data, tidak tergantung pada diameter pipa, laju aliran atau sifat-sifat fluida (efek bilangan Reynolds). Nilai K_L yang khas dari komponen-komponen tersebut diberikan pada Tabel 4.2. Komponen-komponen yang khas ini dirancang lebih untuk kemudahan manufaktur dan biaya daripada untuk mengurangi kerugian *head* yang ditimbulkan.

Tabel 4.2 Koefisien Kerugian untuk Komponen Pipa (Pustaka 3)

Komponen	K_L	
a. Sambungan siku		
Biasa 90° berflensa	0,3	
Biasa 90° berflensa	1,5	
Radius panjang 90°, berflensa	0,2	
Radius panjang 90°, berflensa	0,7	
Radius panjang 90°, berflensa	0,2	
Biasa 45°, berulir	0,4	
b. Bertokan balik 180°		
Balik 180°, berflensa	0,2	
Balik 180°, berulir	1,5	
c. Sambungan T		
Aliran lurus, berflensa	0,2	
Aliran lurus, berulir	0,9	
Aliran cabang, berflensa	1,0	
Aliran cabang, berulir	2,0	
d. Keni, berulir		
	0,08	
e. Katup		
Globe, bukaan penuh	10	
Sudut, bukaan penuh	2	
Gerbang, bukaan penuh	0,15	
Gerbang, 1/2 tertutup	0,26	
Gerbang, 1/4 tertutup	2,1	
Gerbang, 1/2 tertutup	17	
Cek swing, aliran maju	2	
Cek swing, aliran mundur	∞	
Katup bola, bukaan penuh	0,05	
Katup bola, 1/2 tertutup	5,5	
Katup bola, 1/4 tertutup	210	

Nilai dari $C = f Re_h$ untuk aliran laminar telah diperoleh dari teori dan/atau eksperimen untuk berbagai bentuk. Nilai-nilai yang khas diberikan dalam Tabel 4.3 bersama dengan diameter hidraulik. Perhatikan bahwa nilai dari C relatif tidak sensitif terhadap bentuk dari saluran. Jika penampang tidak sangat “tipis” dalam hal tertentu, nilai C tidak terlalu berbeda dari nilai pipa bundarnya, $C = 64$. Jika faktor gesekan telah diperoleh, perhitungan untuk saluran tak bundar sama dengan pada pipa bundar.

Tabel 4.3 Koefisien Gesekan untuk Aliran Laminar di dalam Saluran Duct Tak Bundar (Pustaka 3).

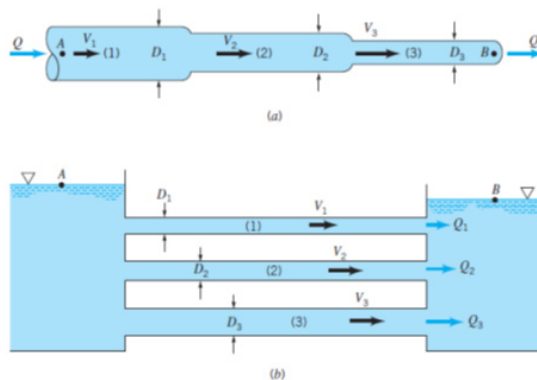
Bentuk	Parameter	$C = f Re_h$
I. Annulus konsentrik		
$D_h = D_2 - D_1$		
	D_1/D_2	
	0,0001	71,8
	0,01	80,1
	0,1	89,4
	0,6	95,6
	1,00	96,0
II. Persegi panjang		
$D_h = \frac{2ab}{a+b}$		
	a/b	
	0	96,0
	0,05	89,9
	0,10	84,7
	0,25	72,9
	0,50	62,2
	0,75	57,9
	1,00	56,9

4.4 Sistem Pipa Majemuk

Dalam banyak sistem pipa, terdapat lebih dari satu pipa yang digunakan. Mekanisme pengaturan aliran dalam beberapa sistem pipa sama dengan untuk sistem pipa tunggal yang dibahas dalam bab ini. Namun demikian, karena banyaknya hal yang tidak diketahui, kompleksitas tambahan mungkin muncul dalam penyelesaian aliran di beberapa sistem pipa. Beberapa kompleksitas ini dibahas dalam bagian ini.

Sistem pipa majemuk yang paling sederhana dapat diklasifikasikan ke dalam aliran seri atau paralel, seperti ditunjukkan pada Gambar 8.35. Nomenklaturnya mirip dengan yang digunakan dalam rangkaian listrik. Bahkan analogi antara rangkaian fluida dan rangkaian listrik sering dibuat sebagai berikut. Dalam rangkaian listrik sederhana, ada keseimbangan antara tegangan (e), arus (i), dan hambatan (R) seperti yang dinyatakan oleh hukum Ohm: $e = iR$. Dalam rangkaian fluida ada keseimbangan antara penurunan tekanan, laju aliran atau kecepatan, dan hambatan aliran, seperti yang telah dijelaskan pada faktor gesekan dan koefisien kerugian minor.

Perbedaan utama dalam metode penyelesaian yang digunakan untuk memecahkan masalah rangkaian listrik dan untuk masalah rangkaian fluida, terletak pada kenyataan bahwa hukum Ohm adalah persamaan linier (melipatgandakan tegangan akan menggandakan aliran), sedangkan persamaan fluida umumnya nonlinier (melipatgandakan penurunan tekanan tidak menggandakan laju aliran kecuali alirannya laminar). Jadi, meskipun beberapa metode teknik listrik standar dapat digunakan untuk membantu memecahkan masalah mekanika fluida.



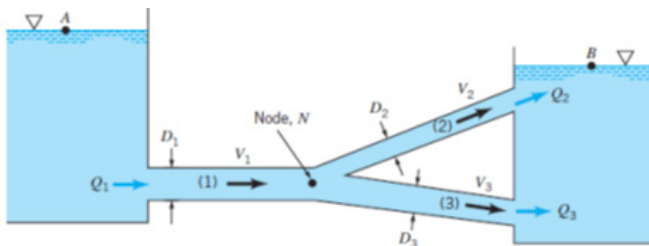
Gambar 4.12 Sistem pipa (a) seri dan (b) paralel (Pustaka 3).

Salah satu dari sistem pipa majemuk yang paling sederhana adalah yang terdiri dari pipa-pipa yang terhubung secara seri, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.12a. Setiap partikel fluida yang melewati sistem tersebut melewati setiap pipa. Jadi, laju aliran (tetapi bukan kecepatan) sama di setiap pipa, dan kerugian *head* dari titik A ke titik B adalah jumlah dari kerugian *head* di dalam setiap pipa. Persamaan pengaturannya dapat dituliskan sebagai berikut

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 \text{ dan } h_{L(A-B)} = h_{L1} + h_{L2} + h_{L3}$$

Sebuah sistem pipa majemuk lain yang umum terdiri dari pipa-pipa yang tersusun secara paralel, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.12b. Dalam sistem ini sebuah partikel fluida yang bergerak dari A ke B dapat melalui lintasan manapun yang tersedia, dengan laju aliran seluruhnya sama dengan jumlah dari laju aliran pada setiap pipa. Namun demikian, dengan menuliskan persamaan energi antara titik A dan B, didapatkan bahwa kerugian *head* yang dialami oleh setiap partikel fluida yang bergerak antara lokasi-lokasi ini adalah sama., tidak tergantung dari lintasan yang dilaluinya. Jadi, persamaan pengatur untuk pipa paralel adalah

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \text{ dan } h_{L1} = h_{L2} = h_{L3}$$



Gambar 4.13 Sistem loop pipa majemuk (Pustaka 3).

Suatu jenis lain dari system pipa majemuk yang disebut loop ditunjukkan pada Gambar 4.13. Dalam hal ini laju aliran melalui pipa (1) sama dengan jumlah laju aliran melalui pipa-pipa (2) dan (3), atau $Q_1 = Q_2 + Q_3$. Seperti dapat dilihat dengan menuliskan persamaan energi antara permukaan-permukaan setiap tangki penampung, kerugian *head* untuk pipa (2) harus sama dengan kerugian *head* untuk pipa (3), meskipun ukuran-ukuran pipa dan laju aliran mungkin berbeda untuk setiap pipa.

4.5 Soal-soal Dan Penyelesaiannya

4.5.1 Minyak dengan viskositas $\mu = 0,40 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ dan kerapatan $\rho = 900 \text{ kg}/\text{m}^3$ mengalir dalam sebuah pipa berdiameter $D = 0,020\text{m}$.

- Berapakah penurunan tekanan, $p_1 - p_2$ yang diperlukan untuk menghasilkan suatu laju aliran sebesar, $Q = 2,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ jika pipa horizontal dengan $x_1 = 0$ dan $x_2 = 10 \text{ m}$?
- Berapa sudut kecuraman bukit, e , dari minyak akan mengalir melalui pipa dengan laju aliran yang sama seperti (a), tetapi dengan $p_1 = p_2$
- Untuk kondisi pada bagian (b), jika $p_1 = 200 \text{ kPa}$, berapakah tekanan pada bagian $x_3 = 5\text{m}$, di mana x diukur sepanjang pipa?

Penyelesaian

- Jika bilangan Reynolds kurang dari 2100 aliran bersifat laminar dan persamaan-persamaan yang diturunkan pada subbab ini dapat berlaku. Karena kecepatan rata-rata adalah $V = Q/A = (2,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})/[\pi(0,020)^2\text{m}^2/4] = 0,0637 \text{ m/s}$, maka bilangan Reynoldsnya adalah, $Re = \rho VD/\mu = 2,87 < 2100$. Jadi alirannya adalah laminar

Penurunan tekanannya adalah:

$$\begin{aligned}\Delta p &= p_1 - p_2 = \frac{128\mu l Q}{\pi D^4} \\ &= \frac{128(0,40 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)(10,0 \text{ m})(2,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(0,020)^4} \\ \Delta p &= 20.400 \text{ N}/\text{m}^2 = 20,4 \text{ kPa}\end{aligned}$$

(b) Jika pipa berada dikemiringan dengan sudut kemiringan θ sedemikian hingga $\Delta p = p_1 - p_2 = 0$, maka

$$\begin{aligned}\sin \theta &= -\frac{128\mu Q}{\pi \rho g D^4} \\ &= \frac{128(0,40 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)(10,0 \text{ m})(2,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(900 \text{ kg}/\text{m}^3)(9,81 \text{ m}/\text{s}^2)(0,020)^4}\end{aligned}$$

Jadi, $\theta = -13,34^\circ$

Hal ini cocok dengan hasil sebelumnya pada pipa horizontal sebagaimana dapat dilihat dari kenyataan bahwa perubahan elevasi sebesar $\Delta z = l \sin \theta = (10 \text{ m}) \sin (-13,34^\circ) = -2,31 \text{ m}$ adalah ekuivalen dengan perubahan tekanan sebesar $\Delta p = \rho g \Delta z$ ($900 \text{ kg}/\text{m}^3$) ($9,81 \text{ m}/\text{s}^2$)($2,31 \text{ m}$) = $20400 \text{ N}/\text{m}^2$, yang ekuivalen dengan kebutuhan pada pipa horizontal. Untuk pipa horizontal, kerja yang dilakukan oleh gaya tekan yang mengatasi disipasi viskos. Untuk penurunan tekanan sebesar nol pada pipa disuatu kemiringan, maka perubahan energi potensial dari fluida yang “jatuh” menuruni kemiringan diubah menjadi kehilangan energi oleh disipasi viskos. Perhatikan bahwa jika diinginkan untuk meningkatkan laju aliran menjadi $Q = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ dengan $p_1 = p_2$,

Nilai θ yang diberikan adalah $\sin \theta = -1,15$. Karena nilai sinus dari sebuah sudut tidak dapat lebih besar dari 1, aliran ini tidaklah mungkin. Berat fluida tidak cukup besar untuk mengatasi gaya vis-

kos yang ditimbulkan untuk laju aliran yang diinginkan. Diperlukan sebuah pipa berdiameter lebih besar.

- (c) Dengan $p_1 = p_2$ panjang pipa, l , tidak muncul dalam persamaan laju aliran. Hal ini adalah pernyataan dari fakta bahwa untuk kasus-kasus serupa itu tekanan adalah konstan di sepanjang pipa (apabila pipa terletak pada bukit dengan kemiringan tetap). Hal ini dapat dilihat dengan mensubstitusikan nilai dari Q dan θ dari kasus (b) kedalam persamaan dan mengingat bahwa $\Delta p = 0$ untuk setiap nilai l . Sebagai contoh, $\Delta p = p_1 - p_2 = 0$ jika $l = x_3 - x_1 = 5$ m. Jadi $p_1 = p_2 = p_3$

Sedemikian hingga

$$p_3 = 200 \text{ kPa}$$

Perhatikan jika fluida adalah gasoline ($\mu = 3,1 \times 10^{-4} \text{ N.s/m}^2$ dan $\rho = 680 \text{ kg/m}^3$), bilangan Reynoldnya menjadi $Re = 2790$, alirannya mungkin

Menjadi tidak laminar. Perhatikan juga bahwa viskositas kinematik, $\nu = \mu/\rho$ adalah parameter viskos yang penting. Hal ini merupakan pernyataan dari fakta bahwa dengan tekanan konstan sepanjang pipa, maka rasio dari gaya viskos ($-\mu$) terhadap gaya berat ($-\gamma = \rho g$) yang menentukan nilai dari θ .

- 4.5.2** Penurunan tekanan di sepanjang pipa horizontal 30 m yang dimeternya sebesar 1 cm mengalirkan pada 20°C di asumsikan sebesar 2 kPa. Diasumsikan aliran bersifat laminar. Tentukanlah (a) kecepatan maksimum dalam pipa, (b) bilangan Reynolds, (c) tegangan geser dinding, dan (d) faktor gesek.

Penyelesaian:

(a) kecepatan maksimum diperoleh sebesar

$$u_{\max} = \frac{r_0 \Delta p}{4\mu L} = \frac{0.005^2 \times 2000}{4 \times 10^{-3} \times 30} = 0.4167 \text{ m/s}$$

Catatan: Tekanan harus dalam pascal agar satuan-satuannya cocok. Disarankan untuk melakukan pengecekan terhadap satuan-satuan jika menggunakan persamaan untuk pertama kalinya. Satuan-satuan di atas dicek sebagai berikut:

$$\frac{\text{m}^2 \times \text{N}/\text{m}^2}{(\text{N} \cdot \text{m}/\text{s}^2) \times \text{m}} = \text{m/s}$$

(b) Bilangan Reynolds, yang merupakan kuantitas tidak berdimensi, adalah

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(0.4167/2)0.01}{10^{-6}} = 4167$$

Ini melebihi 2000 akan tetapi aliran laminar tetap dapat terjadi pada bilangan Reynolds yang tinggi jika kita menggunakan pipa halus dan berhati-hati untuk menghasilkan aliran yang bebas gangguan. Akan tetapi, perhatikan bagaimana rendahnya kecepatan aliran di dalam pipa yang relatif kecil ini. Aliran laminar jarang dijumpai dalam aplikasi-aplikasi teknik kecuali jika alirannya sangat kental atau dimensi-dimensinya cukup kecil.

(c) Tegangan geser dinding yang disebabkan oleh efek-efek viskositas diperoleh sebesar

$$\tau_0 = \frac{r_0 \Delta p}{2L} = \frac{0.005 \times 2000}{2 \times 30} = 0.1667 \text{ Pa}$$

jika kita menggunakan tekanan dalam kPa, tegangan akan memiliki satuan kPa.

- (d) Akhirnya, faktor gesekan, yang merupakan kuantitas tidak berdimensi, adalah

$$f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2}\rho V_2} = \frac{0.1667}{0.5 \times 1000 \times (0.4167/2)^2}$$

- 4.5.3** Hujan gerimis pada 20°C turun disebuah areal parkir dengan kedalaman yang relatif konstan sebesar 4 mm. Areal tersebut memiliki lebar 40 m dengan kemiringan 8 cm sepanjang 60 m. Estimasi (a) laju aliran, (b) tegangan geser di permukaan, (c) bilangan Reynolds, dan kecepatan di permukaan.

Penyelesaian:

- (a) Profil kecepatan dapat diasumsikan setengah dari profil yang ditunjukkan dalam Gambar 7.5, dengan mengasumsikan aliran laminar. Kecepatan rata-rata tetap sama seperti yang diberikan oleh persamaan (7.39), yaitu

$$V = \frac{b^2 \gamma h}{12 \mu L}$$

Dimana Δp telah digantikan dengan γh . Laju alirannya adalah

$$\begin{aligned} Q = AV &= bw \frac{b^2 \gamma h}{12 \mu L} = 0.004 \times 40 \frac{0.004^2 \times 9810 \times 0.08}{12 \times 10^{-3} \times 60} \\ &= 2.80 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

- (b) Tegangan geser bekerja hanya pada dinding pejal, jadi persamaan (7.42) akan memberikan

$$\tau_0 = \frac{b \gamma h}{L} = \frac{0.004 \times 9810 \times 0.08}{60} = 0.0523 \text{ Pa}$$

- (c) Bilangan Reynolds adalah

$$\text{Re} = \frac{bV}{v} = \frac{0.004}{10^{-6}} \times \frac{0.004^2 \times 9810 \times 0.08}{60} = 0.0523 \text{ Pa}$$

Bilangan Reynolds adalah di bawah 1500, jadi asumsi aliran laminar dapat diterima.

4.5.4 Penurunan tekanan sebesar 500 kPa terukur disepanjang 200 m jarak horizontal dari sebuah pipa besi cor berdiameter 8 cm yang mengalirkan air pada 20°C. Estimasilah laju aliran dengan menggunakan (a) diagram Moody dan (b) persamaan alternatif.

Penyelesaian:

(a) Kekasaran relatifnya (carilah e dalam adalah

$$\frac{e}{D} = \frac{0.26}{80} = 0.00325$$

Dengan mengasumsikan aliran turbulen, faktor gesek dari Gambar 7.10 adalah $f = 0.026$. Kerugian *head*nya adalah

$$h_L = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{500.000}{9800} = 51 \text{ m}$$

Kecepatan rata-ratanya, adalah

$$V = \sqrt{\frac{2gDh_L}{fL}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times 0.08 \times 51}{0.026 \times 200}} = 3.92 \text{ m/s}$$

Kita harus memeriksa bilangan Reynolds-nya untuk memastikan bahwa aliran betul-betul turbulen penuh, dan nilainya adalah

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{3.92 \times 0.08}{10^{-6}} = 3.14 \times 10^5$$

(b) Gunakan persamaan alternatif yang menghubungkan Q dengan kuantitas lainnya, yaitu kita gunakan kerugian head dari bagian (a):

$$Q = -0.965 \sqrt{\frac{9.8 \times 0.08^5 \times 51}{200}} \ln \left[\frac{0.26}{3.7 \times 80} + \left(\frac{3.17 \times 10^{-12} \times 200}{9.8 \times 0.08^3 \times 51} \right) \right]$$

$$= 0.0193 \text{ m}^3/\text{s}$$

Persamaan ini lebih mudah untuk digunakan dan memberikan hasil yang cukup baik.

4.5.5 Sebuah pipa plastik berdiameter 1.5 cm, dan panjang 20 m mengalirkan air dari sebuah tangki bertekanan 400 kPa ke luar ke daerah terbuka yang terletak 3 m di atas permukaan air di dalam tangki. Terdapat tiga sambungan elbow di dalam jalur air dan sebuah lubang masuk sudut patah dari tangki. Estimasi laju alirannya.

Penyelesaian:

Persamaan energi diaplikasikan di antara tangki dan keluaran keran:

$$0 = \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right) + \frac{p^2 - p_1}{\gamma} + z^2 - z^1 + h_L$$

di mana

$$h_L = \left(f \frac{L}{D} + 3 K_{elbow} + K_{entrance} \right) \frac{V^2}{2g}$$

Asumsikan bahwa pipa memiliki $e/D = 0$ dan $Re \cong 2 \times 10^5$ sehingga diagram Moody memberikan $f = 0.016$. Persamaan energi memberikan:

$$0 = \frac{V_2^2}{2 \times 9.8} - \frac{400.000}{9800} + 3 + \left(0.016 \times \frac{20}{0.015} + 2 \times 1.6 + 0.5 \right) \frac{V^2}{2 \times 9.8}$$

$\therefore V = 5.18 \text{ m/s}$

Jadi bilangan Reynolds adalah $Re = 5.18 \times 0.15/10^{-6} = 7.8 \times 10^4$. Cobalah $f = 0.018$. Maka,

$$0 = \frac{V_2^2}{2 \times 9.8} - \frac{400.000}{9800} + 3 + \left(0.018 \times \frac{20}{0.015} + 3 \times 1.6 + 0.5 \right) \frac{V^2}{2 \times 9.8}$$

Jadi, $Re = 4.95 \times 0.15/10^{-6} = 7.4 \times 10^4$. Ini cukup dekat, jadi gunakan $V = 5.0 \text{ m/s}$. Laju alirannya adalah

4.5.6 Air pada 200C mengalir dalam sebuah saluran bata berbentuk segiempat dengan lebar 2 m pada kedalama 120 cm. Kemiringannya adalah 0.0012. Estimasi laju alirannya dengan menggunakan (a) persamaan Chezy–Manning dan (b) persamaan Darcy –Weisbach.

Penyelesaian:

Pertama-tama, hitunlah jari-jari hidrauliknya

$$R = \frac{A}{P} = \frac{by}{b + 2y} = \frac{2 \times 1.2}{2 + 2 \times 1.2} = 0.545 \text{ m}$$

(a) Persamaan Chezy –Manning memberikan

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} \\ &= \frac{1}{0.016} \times (2 \times 1.2) \times 0.545^{2/3} \times 0.0012^{1/2} \\ &= 3.47 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

(b) Untuk menggunakan persamaan Darcy –Weisbach, kita harus mencari faktor gesekan f . Diagram Moody membutuhkan suatu nilai e . Gunakan nilai yang relatif besar seperti misalnya untuk beton yang kasar, yaitu, $e = 1 \text{ mm}$. karena jari-jari hidraulik $R = D/4$ untuk lingkaran, kita menggunakan

$$\frac{e}{D} = \frac{e}{4R} = \frac{0.001}{4 \times 0.545} = 0.00046$$

Diagram Moody memberikan $f \cong 0.0165$. Persamaan Darcy–Weisbach mengambil bentuk dari persamaan (7.93):

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f} RS} = \text{Air} \sqrt{\frac{8 \times 9.8 \times 0.545 \times 0.0012}{0.0165}} = 1.76 \text{ m/s}$$

Jadi laju alirannya adalah

$$Q = AV = 2 \times 1.2 \times 1.76 = 4.23 \text{ m}^3/\text{s}$$

Periksa bilangan Reynolds;

$$Re = \frac{4VR}{v} = \frac{4 \times 1.76 \times 0.545}{10^{-6}} = 3.8 \times 10^6$$

Nilai ini cukup tinggi sehingga f dapat diterima. Catatan: Perhatikan bahwa Q pada bagian (a) sekitar 18 persen lebih rendah dibandingkan dalam bagian (b), dan bahwa bagian (b) dianggap lebih akurat.

4.5.7 Air pada 15°C dialirkan di dalam sebuah pipa besi tempa dengan diameter 6-cm pada laju aliran $0.004 \text{ m}^3/\text{s}$. Estimasi penurunan tekanan di sepanjang pipa horizontal 300 m tersebut dengan menggunakan (a) diagram Moody dan (b) persamaan alternatif.

Penyelesaian:

Kecepatan rata-rata dan bilangan Reynolds-nya adalah

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.004}{\pi \times 0.03^2} = 1.415 \text{ m/s}$$
$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.415 \times 0.06}{1.14 \times 10^{-6}} = 7.44 \times 10^4$$

(a) Nilai e diperoleh dari diagram Moody, sehingga

$$\frac{e}{D} = \frac{0.046}{60} = 0.00077$$

Faktor gesekan diperoleh dari diagram Moody, sebesar

$$f = 0.0225$$

Jadi penurunan tekanannya adalah

$$\Delta p = \eta h_L = \rho f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} = 1000 \times 0.0225 \frac{300}{0.06} \frac{1.415^2}{2}$$
$$= 113.000 \text{ Pa atau } 113 \text{ kPa}$$

(b) Dengan menggunakan Persamaan (7.82), penurunan tekanannya adalah

$$\Delta p = \gamma h_L = 1.07 \times 1000 \frac{0.004^2 \times 300}{0.06^5} \left\{ \ln \left[\frac{0.00077}{3.7} + 4.62 \left(\frac{1.14 \times 10^{-6} \times 0.06}{0.004} \right) \right] \right\}^{-2}$$

Kedua hasil ini memiliki selisih di bawah 2 persen dan pada intinya adalah sama.

4.5.8 Penurunan tekanan sebesar 200 kPa terukur disepanjang pipa horizontal besi cor berdiameter 8 cm dengan panjang 400 m yang mengalirkan air pada suhu 20°C. Tentukanlah laju airannya dengan menggunakan (a) diagram Moody dan (b) persamaan alternatif.

Penyelesaian:

Kekasaran relatifnya adalah

$$\frac{e}{D} = \frac{0.26}{80} = 0.00325$$

Dan kerugian *head*nya adalah

$$h_L = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{200000}{9800} = 20.41 \text{ m}$$

Dengan mengasumsikan aliran turbulen penuh, diagram Moody memberikan;

$$f = 0.026$$

Kecepatan rata-rata di dalam pipa diperoleh, dengan menggunakan Persamaan. (7.79), sebesar

$$V = \sqrt{\frac{2h_L D g}{f L}} = \sqrt{\frac{2 \times 20.41 \times 0.08 \times 9.81}{0.026 \times 400}} = 1.76 \text{ m/s}$$

Menghasilkan bilangan Reynolds

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.76 \times 0.08}{10^{-6}} = 1.4 \times 10^5$$

Pada bilangan Reynolds ini dan $e/D=0.0325$. diagram Moody memberikan $f = 0.026$, jadi faktor gesekannya tidak perlu disesuaikan. Maka laju alirannya diperkirakan sebesar

$$Q = AV = \pi \times 0.04^2 \times 1.76 = 0.0088 \text{ m}^3/\text{s}$$

Karena kerugian *head* dihitung dengan menggunakan penurunan tekanan, Persamaan.(7.83) dapat digunakan untuk menentukan laju alirannya:

$$Q = -0.965 \sqrt{\frac{9.81 \times 0.08^5 \times 20.41}{400}} \ln \left[\frac{0.00325}{3.7} + \left(\frac{3.17 \times 10^{-2} \times 200}{9.81 \times 0.08^3 \times 20.41} \right)^{0.5} \right]$$

$$= 0.00855 \text{ m}^3/\text{s}$$

Kedua hasil ini memiliki selisih di bawah 3 persen dan keduanya dapat diterima.

4.5.9 Seorang petani perlu menyediakan air pada temperatur 20°C sebanyak 500 Liter setiap menit dari sebuah danau melalui pipa besi tempa sejauh 800 m ke ladang yang berada 4 m di bawah permukaan danau tersebut. Tentukanlah diameter pipa yang harus dipilih. Gunakan (a) diagram Moody dan (b) persamaan alternatif.

Penyelesaian:

(a) Kecepatan rata-ratanya berhubungan dengan diameter D yang tidak diketahui melalui

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.5/60}{\pi D^2/4} = \frac{0.0106}{D^2}$$

Kerugian headnya adalah 4 m (persamaan energi dari permukaan danau ke pembuangan pipa memberikan nilai ini. Kita

asumsikan bahwa $V^2/2g$ dapat diabaikan di pembuangan pipa), sehingga

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad 4 = f \frac{800}{D} \times \frac{0.0106^2 / D^4}{2g}$$

$$\therefore D^5 = 0.00114f$$

Bilangan Reynolds dan kekasaran relatifnya adalah

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{0.0106D}{D^2 \times 10^{-6}} = \frac{10600}{D} \quad \frac{e}{D} = \frac{0.046}{D}$$

Ini memerlukan penyelesaian secara coba-coba. Kita dapat memilih suatu nilai untuk f dan memeriksanya untuk melihat apakah persamaan-persamaan dan diagram Moody sesuai dengan pilihan tersebut. Pilihlah $f = 0.02$. Jadi, persamaan-persamaan di atas memberikan

$$D = (0.00114 \times 0.02)^{0.2} = 0.118\text{m}, \quad \text{Re} = \frac{10600}{0.118} = 90.000,$$

$$\frac{e}{D} = \frac{0.046}{118} = 0.00039$$

Hasil di atas cocok dengan diagram Moody. Biasanya, diperlukan suatu pilihan lagi untuk f dan perhitungan ulang terhadap diameter, bilangan Reynolds, dan kekasaran relatifnya.

(b) Karena diameternya tidak diketahui, maka

$$D = 0.66 \left[0.000046^{1.25} \left(\frac{800(0.5/60)^2}{9.81 \times 4} \right)^{4.75} + 10^{-6} \left(\frac{0.5}{60} \right)^{9.4} \left(\frac{800}{9.81 \times 4} \right)^{5.2} \right]^{0.04}$$

$$= 0.12 \text{ m}$$

Kedua hasil ini memberikan selisih di bawah 2 persen, jadi pada intinya adalah sama.

4.5.10 Sebuah saluran segiempat yang halus berukuran 10×20 cm mengalirkan $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ udara pada kondisi standar ke arah horizontal sejauh 200 m . Estimasi penurunan tekanan dalam saluran.

Penyelesaian:

Jari-jari hidrauliknya adalah

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.1 \times 0.2}{2(0.1 + 0.2)} = 0.0333 \text{ m}$$

Kecepatan rata-rata dan bilangan Reynolds di dalam saluran adalah

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.4}{0.1 \times 0.2} = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{4VR}{\nu} = \frac{4 \times 20 \times 0.0333}{1.5 \times 10^{-5}} = 1.8 \times 10^5$$

Diagram Moody memberikan $f = 0.016$. Jadi penurunan tekanannya adalah

$$\Delta p = \gamma h_L = \gamma f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} = 1.23 \times 9.81 \times 0.016 \frac{200}{4 \times 0.0333} \times \frac{20^2}{2 \times 9.81}$$

$$= 5900 \text{ Pa}$$

4.5.11 Sebuah pipa got berdiameter 80 cm (beton halus) dipilih untuk mengalirkan air pada laju aliran $0.24 \text{ m}^3/\text{s}$ pada kemiringan 0.0012. Estimasikanlah kedalaman di mana air akan mengalir.

Penyelesaian:

Asumsikan air mengalir dengan pipa setengah penuh. Laju alirannya adalah

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} = \frac{1}{0.013} \frac{\pi \times 0.4^2}{2} \left(\frac{0.08\pi}{0.4\pi} \right)^{2/3} \times 0.0012^{1/2} = 0.229 \text{ m}^3/\text{s}$$

Dengan demikian, pipa tersebut lebih dari setengah penuh. Sketsa areanya ditunjukkan dalam Gambar. Untuk pipa ini kita memiliki;

$$0.24 = \frac{1}{0.013} AR^{2/3} 0.0012^{1/2} \quad \therefore AR^{2/3} = 0.09$$

dengan

$$A = 0.8\pi \frac{180 - \alpha}{180} + (y - 0.4)0.4 \sin \alpha \quad \therefore R = \frac{A}{0.8\pi \frac{180 - \alpha}{180}}$$

Penyelesaian dilakukan secara coba-coba.

$$\text{Coba } y = 0.46\text{m: Maka } A = 0.299 \quad R = 0.217 \quad AR^{2/3} = 0.108$$

$$\text{Coba } y = 0.44 \text{ m: Maka } A = 0.283 \quad R = 0.211 \quad AR^{2/3} = 0.100$$

Jadi, $y = 0.42 \text{ m}$ adalah hasil yang cukup baik

- 4.5.12** Tentukanlah kecepatan kritis untuk (a) gasoline pada 20°C yang mengalir pada sebuah pipa berdiameter 20 mm dan (b) air pada 20°C yang mengalir dalam pipa berdiameter 20 mm .

Penyelesaian:

- (a) Untuk aliran laminar, nilai maksimum bilangan Reynolds adalah 2000 . Dari Tabel 2 dalam lampiran viskositas kinematik untuk gasoline pada 20°C adalah $6,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$2000 = \text{Re} = \frac{V_c d}{\nu} = V_c \left(\frac{20}{1000} \right) / (6,48 \times 10^{-7}), \quad V_c = 0,0648 \text{ m}^2/\text{s}$$

- (b) Dari Tabel 2, $\nu = 1,02 \times 10^{-6}$ untuk air pada 20°C .

$$2000 = V_c \left(\frac{20}{1000} \right) / (1,02 \times 10^{-6}), \quad V_c = 0,102 \text{ m/s}$$

- 4.5.13** Tentukanlah jenis aliran yang terjadi dalam sebuah pipa 12 inchi bila (a) air pada 60°F mengalir pada suatu kecepatan 3.5 ft/s dan (b) minyak bakar berat pada 60°F mengalir pada kecepatan yang sama.

Penyelesaian:

- (a) $\text{Re} = V d/\nu = (3.50)(1) / (1,217 \times 10^{-5}) = 288,000 > 2000$
Alirannya turbulen.

(b) Dari Tabel 2 lampiran, viskositas kinematis minyak bakar berat pada 60°F , $\nu = 221 \times 10^{-5} \text{ft}^2/\text{s}$, maka

$$\text{Re} = V d/\nu = (3.50)(1)/(221 \times 10^{-5}) = 1580 < 2000.$$

Alirannya laminar

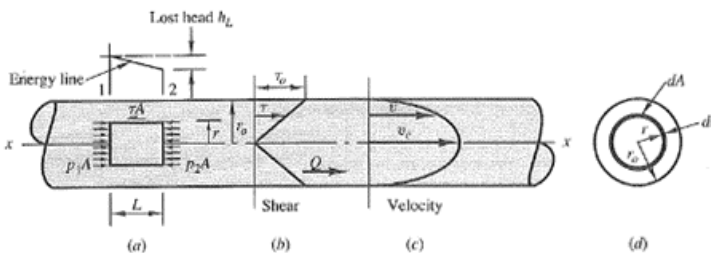
4.5.14 Untuk kondisi aliran laminar, berapakah ukuran pipa yang akan mengalirkan $0,0057 \text{ m}^3/\text{s}$ minyak bakar menengah pada 4°C ? ($\nu = 6.09 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

Penyelesaian:

$$V = Q/A = Q/\frac{1}{4}\pi d^2 = 4Q/\pi d^2 = 0,0228/\pi d^2$$

$$\text{Re} = \frac{Vd}{\nu}, \quad 2000 = \frac{0.0228}{\pi d^2} \left(\frac{d}{6.09 \times 10^{-6}} \right), \quad d = 0,596 \text{ m}$$

4.5.15 Tentukanlah sifat distribusi tegangan geser pada suatu irisan penampang dalam sebuah pipa bundar, mendatar di bawah kondisi aliran stedi.



Penyelesaian:

Untuk benda bebas dalam Gambar (a), karena alirannya stedi, setiap partikel bergerak ke arah kanan tanpa percepatan. Jadi penjumlahan gaya dalam arah- x harus sama dengan nol.

$$p_1(\pi r^2) - p_2(\pi r^2) - \tau(2\pi rL) = 0 \quad \text{or} \quad \tau \frac{(p_1 - p_2)r}{2L} \quad (\text{A})$$

Bilamana $r=0$, tegangan geser τ adalah nol, dan bila $r = r_0$, tegangan geser τ_0 pada dinding adalah maksimum. Variasinya linier dan indikasinya ditunjukkan dalam Gambar 8-1(b). Persamaan (A) berlaku untuk aliran laminar dan turbulen selama tidak ada batasan-batasan mengenai aliran yang tampak dalam penurunan tersebut.

Karena $(p_1 - p_2)/\gamma$ menyatakan penurunan pada garis energinya, atau kerugian head h_L , dengan mengalikan persamaan (A) dan r/γ memberikan

$$\tau = \frac{\gamma r}{2L} \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right) \quad \text{atau} \quad \tau = \frac{\gamma h_L}{2L} r \quad (\text{B})$$

4.5.16 Tentukanlah (a) tegangan geser di dinding sebuah pipa berdiameter 12” bila air yang mengalir menyebabkan suatu kerugian head pada 15 ft dalam 300 ft panjang pipa, (b) tegangan geser 2” dari garis tengah pipa, (c) kecepatan gesernya, (d) kecepatan rata-ratanya untuk suatu nilai f sebesar 0,050, dan (e) perbandingan v/v_* .

Penyelesaian:

(a) Dengan menggunakan persamaan (B) dari soal 4.5.15 bila $r = r_0$ tegangan geser di dinding itu adalah

$$\tau_0 = \gamma h_L r_0 / 2L = (62,4)(15) \left(\frac{1}{2} \right) / 300 = 0,780 \text{ psf} = 0,00542 \text{ psi}$$

(b) Karena τ berubah-ubah secara linier dari garis tengah ke dinding,

$$\tau = \left(\frac{2}{6} \right) (0,00542) = 0,00181 \text{ psi}$$

(c) Dengan persamaan, $v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{0,780 / 1,94} = 0,634 \text{ ft/s}.$

(d) Dengan menggunakan $h_L = \left(\frac{L}{d} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right)$, kita punya $15 = 0,050 \left(\frac{300}{1} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right)$ dan $V = 8,02 \text{ ft/s}$

Selain itu: dari persamaan, $\tau_0 = f\rho V^2/8, 0.780 = 0.050(1.94)V^2/8$ dan diperoleh $V = 8.02$ ft/s

Dari $\tau_0 = \mu(v/y)$ dan $v = \mu/\rho$ kita peroleh $\tau_0 = \rho v(v/y)$ or $\tau_0/\rho = v(v/y)$.

Karena $\tau_0/\rho = v_*^2$, kita punya $v_*^2 = v(v/y)$, $v/v_*^2 = y/v$, dan $v/v_* = v_*y/v$

4.5.17 Jika dalam soal 4.5.16 airnya mengalir dalam saluran segi-empat 3 ft kali 4 ft yang panjangnya sama dan dengan kerugian head yang sama, berapakah tegangan geser antara air dan dinding pipa tersebut?

Penyelesaian:

Untuk saluran tidak bundar, jari-jari hidrauliknya adalah dimensi hidraulik yan sesuai. Untuk pipa bundar,

$$\text{Jari - jari Hidraulik } R = \frac{\text{luas irisan penampang}}{\text{keliling basah}} = \frac{\pi d^2/4}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r_0}{2}$$

Substitusi $r = 2R$ dalam persamaan (B),

$$\tau = \frac{\gamma h_L}{L} R = \frac{(62,4)(15)}{300} \times \frac{(3 \times 4)}{(2)(3 + 4)} = 2,67 \text{ psf} = 0,0186 \text{ psi}$$

4.5.18 Minyak pelumas menengah, gravitasi jenisnya 0,860, di-pompa melalui 300 m dari pipa mendatar berdiameter 50 mm pada laju 0,00114 m³/s. Jika penurunan tekanannya 200 kPa, berapakah kekentalan mutlak minyak tersebut?

Penyelesaian:

Dengan menganggap aliran laminar dan melihat pernyataan (B) dalam soal 8.7, kita peroleh

$$p_1 - p_2 = \frac{32\mu L V_{av}}{d^2},$$

$$\text{di mana } V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{0,00114}{\frac{1}{4}\pi (50/1000)^2} = 0,581 \text{ m/s}$$

Maka

$$200,000 = 32\mu(300)(0.581)/(50/1000)^2 \text{ dan } \mu = 0,0896 \text{ N.s/m}^2$$

Pemeriksaan atas anggapan semula bahwa alirannya laminar, berarti menghitung bilangan Reynolds-nya untuk syarat-syarat aliran. Jadi

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{Vd\gamma}{\mu g} = \frac{(0.581)(50/1000)(0.860 \times 9.79 \times 1000)}{(0.0896)(9.81)} = 278$$

Karena bilangan Reynolds < 2000 , aliran laminar ada dan nilai μ -nya adalah benar.

4.5.19 Minyak dengan kekentalan mutlak (dinamik) 0.101 N.s/m^2 dan gravitasi jenis 0.850 mengalir melalui 3000 m dari pipa besi tuang (*cast iron pipe*) berdiameter 300 mm pada debit aliran $0.0444 \text{ m}^3/\text{s}$. Berapakah kerugian head dalam pipa itu?

Penyelesaian:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0444}{\frac{1}{4}\pi (300/1000)^2} = 0.628 \text{ m/s dan}$$

$$Re = \frac{Vd\gamma}{\mu g} = \frac{(0.628)\left(\frac{300}{1000}\right)(0.850 \times 9.79 \times 1000)}{(0.101)(9.81)} = 1582$$

Yang berarti terjadi aliran laminar. Sehingga

$$f = \frac{64}{Re} = 0.0405, \text{ dan}$$

$$\text{Kerugian head} = f\left(\frac{L}{d}\right)\left(\frac{V^2}{2g}\right) = 0.0405 \times \frac{3000}{0.300} \times \frac{(0.628)^2}{(2)(9.81)} = 8.14 \text{ m}$$

4.5.20 Minyak bakar berat mengalir dari A ke B melalui 3000 ft pipa baja mendatar $6''$. Tekanan di A adalah 155 psi dan di B is 5.0 psi . Viskositas kinematiknya $0.00444 \text{ ft}^2/\text{s}$, dan gravi-

tasi jenisnya 0.918. Berapakah debit alirannya dalam satuan cfs?

Penyelesaian:

Persamaan Bernoulli, dari A ke B, dengan datum di A, memberikan

$$\left(\frac{155 \times 144}{0.918 \times 62.4} + \frac{v_6^2}{2g} + 0 \right) - f \left(\frac{3000}{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{v_6^2}{2g} \right) = \left(\frac{5 \times 144}{0.918 \times 62.4} + \frac{v_6^2}{2g} + 0 \right)$$

atau $377 = f(6000) \left(\frac{v_6^2}{2g} \right)$

V dan f keduanya tidak diketahui dan saling merupakan fungsi dari satu sama lain. Jika aliran laminar terjadi, maka dari persamaan (B),

$$V_{av} = \frac{(p_1 - p_2) d^2}{32 \mu L} = \frac{(155 - 5)(144) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}{(32)(0.00444 \times 0.918 \times 62.4 / 32.2) (3000)}$$

$$= 7.12 \text{ ft/s}$$

dan $Re = \frac{(7.12) \left(\frac{1}{2}\right)}{0.00444} = 802$, sehingga aliran laminar. Jadi

$$Q = A_6 V_6 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 7.12 = 1.40$$

Apabila alirannya turbulen, persamaan (B) tidak bisa diterapkan. Pendekatan lain akan digunakan dalam soal 8.16 di bawah ini. Selanjutnya, bila ada perbedaan ketinggian antara titik A dan B, suku atau nilai $(p_1 - p_2)$ dalam persamaan (B) akan digantikan oleh penurunan pada garis derajat hidraulik, dalam satuan lb/ft².

4.5.21 Berapakah ukuran pipa yang harus dipasang untuk mengalirkan 0.0222 m³/s minyak bakar berat pada 16°C jika kerugian head yang ada dalam 300-m panjang dari pipa mendatarinya besarnya 6.7 m?

Penyelesaian:

Untuk minyak yang dimaksud, $\nu = 0.000205 \text{ m}^2/\text{s}$ dan gravitasi jenisnya = 0.912. Untuk nilai kekentalan kinematik sebesar itu, anggap aliran laminier. Maka

$$\text{Kerugian head} = \frac{V_{av} \times 32\mu L}{\gamma d^2} \quad \text{dan} \quad V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{0.0222}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{0.0283}{d^2}$$

Substitusi,

$$6.7 = \frac{(0.0283/d^2) (32) (0.000205 \times 0.912 \times 9.79/9.81) (300)}{(0.912 \times 9.79) d^2},$$

$$d = 0.170 \text{ m}$$

Periksa anggapan aliran laminier, dengan menggunakan $d = 0.170 \text{ m}$.

$$\text{Re} = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(0.0283/d^2) d}{\nu} = 812$$

Jadi terbukti anggapan aliran laminier

4.5.22 Tentukanlah kerugian *head* dalam pipa *uncoated cast iron* yang panjangnya 1000 ft dan berdiameter dalam 12", bila (a) air pada 60°F mengalir pada kecepatan 5.00 ft/s, dan (b) minyak bakar menengah pada 60°F mengalir pada kecepatan yang sama.

Penyelesaian:

(a) Bila diagram A-1 harus digunakan, kekasaran relatif dan bilangan Reynolds harus dihitung. Dari tabulasi pada Diagram A-1, nilai ϵ untuk *uncoated cast iron pipe* berkisar dari 0.0004 ft ke 0.0020 ft. Untuk diameter dalam 1 ft dan nilai rancangan $\epsilon = 0.0008 \text{ ft}$, kekasaran relatifnya $\epsilon/d = 0.0008/1 = 0.0008$.

Dengan menggunakan viskositas kinematik air dari Tabel 2 dalam Appendix.

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(5.00)(1.00)}{1.217 \times 10^{-5}} = 411,000 \quad (\text{aliran turbulen})$$

Dari Diagram A-1, untuk $\epsilon/d = 0.0008$ dan $Re = 411,000$, maka $f = 0.0194$, dan

$$\text{Kerugian head} = (0.0194)(1000/1)(25/2g) = 7.5 \text{ ft}$$

Atau, dengan menggunakan Tabel 3 dalam Appendix (hanya untuk air) : $f = 0.0200$ dan

$$\text{Kerugian head} = f \left(\frac{L}{d} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right) (0.0200) \left(100 \frac{0}{1} \right) \left(2 \frac{5}{2} g \right) = 7.8 \text{ ft}$$

Untuk minyak, gunakan Tabel 2, $Re = (5)(1)/(4.75 \times 10^{-5}) = 105,000$. Untuk aliran turbulen, dari Diagram Moody, $f = 0.0213$ dan diperoleh

$$\text{Kerugian head} = (0.0213) (1000/1)(25/2g) = 8.3 \text{ ft.}$$

4.5.23 Titik A dan B terpisah 4000 ft disepanjang sebuah pipa baja baru berdiameter dalam 6". Titik B lebih tinggi 50.5 ft dari A, dan tekanan di A dan B adalah masing-masing 123 psi dan 48.6 psi. Berapa banyak minyak bakar menengah pada 70°F akan mengalir dari A ke B? (Dari Diagram Moody, $\epsilon = 0.0002 \text{ ft}$).

Penyelesaian:

Bilangan Reynolds tidak dapat dihitung dengan segera. Tulis persamaan Bernoulli, A ke B, dengan datum di A,

$$\left(\frac{123 \times 144}{0.854 \times 62.4} + \frac{V_6^2}{2g} + 0 \right) - f \left(\frac{4000}{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{V_6^2}{2g} \right) = \frac{48 \times 144}{0.854 \times 62.4} + \frac{V_6^2}{2g} + 50.5$$

$$\text{dan } \frac{V_6^2}{2g} = \frac{150.5}{8000f}$$

Juga $Re = Vd/\nu$, Substitusi untuk ν dari nilai di atas,

$$\text{Re} = \frac{d}{v} \sqrt{\frac{2g(150.5)}{8000f}} \text{ atau } \text{Re} \sqrt{f} = \frac{d}{v} \sqrt{\frac{2g(150.5)}{8000}}$$

Karena suku atau nilai 150.5 adalah h_L atau penurunan dalam garis derajat hidraulik, dan 8000 menyatakan L/d , maka pernyataan umum yang harus digunakan bila Q yang harus ditemukan adalah

$$\text{Re} \sqrt{f} = \frac{d}{v} \sqrt{\frac{2g(d)(h_L)}{L}} \text{ (lihat juga Diagram A-2)}$$

Maka

$$\text{Re} \sqrt{f} = \frac{0.500}{4.12 \times 10^{-5}} \sqrt{\frac{64.4 \times 150.5}{8000}} = 13,400$$

Pemeriksaan diagram A-2 akan menunjukkan bahwa aliran-nya turbulen. Maka, dari Diagram A-2, diperoleh $f = 0.020$ untuk $\epsilon/d = 0.0002/\frac{1}{2} = 0.0004$. Untuk melengkapi jawaban, dari persamaan Bernoulli di atas,

$$\frac{V_6^2}{2g} = \frac{150.5}{(8000)(0.020)} = 0.941, \quad V_6 = 7.78 \text{ ft/s,}$$

$$\text{dan } Q = A_6 V_6 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 7.78 = 1.53 \text{ cfs min yak}$$

Pembaca dapat menguji jawaban itu dengan menghitung bilangan Reynolds dan mencari nilai f dari Diagram Moody.

4.5.24 Berapakah debit aliran udara pada 68°F yang akan dialirkan oleh sebuah pipa baja baru mendatar berdiameter dalam 2” pada tekanan mutlak 3 atm dan dengan penurunan 0.150 psi dalam 100 ft panjang pipa? Gunakan $\epsilon = 0.00025$ ft.

Penyelesaian:

Dari Appendix, untuk 68°F, $\gamma = 0.0752$ lb/ft³ dan $\nu = 16.0 \times 10^{-5}$ ft²/s pada tekanan atmosfer standar, di 3 atm, $\gamma = 3 \times 0.0752 = 0.2256$ lb/ft³ dan $\nu = \frac{1}{3} \times 16.0 \times 10^{-5} = 5.33 \times 10^{-5}$ ft²/s. Viskositas kinematik ini juga dapat diperoleh dari

$$\mu = \frac{\gamma}{g} \nu = \frac{0.0752 \times 16.0 \times 10^{-5}}{32.2} = 3.74 \times 10^{-7} \frac{\text{lb} \cdot \text{sec}}{\text{ft}^2} \text{ at } 68^\circ\text{F dan } 14.7 \text{ psi mutlak}$$

Selanjutnya pada 3×14.7 psi mutlak, $\gamma_{\text{air}} = 0.2256 \text{ lb/ft}^3$ dan

$$\nu \text{ untuk } 3 \text{ atm} = \mu \frac{g}{\gamma} = 3.74 \times 10^{-7} \times \frac{32.2}{0.2256} = 5.34 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$$

Untuk mencari alirannya, udara dapat dianggap tidak kompresibel. Maka

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \text{kerugian head} = f \left(\frac{L}{d} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right),$$

$$\frac{0.150 \times 144}{0.2256} = 95.7 = f \left(\frac{100}{\frac{2}{12}} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right) \text{ dan } \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{0.160}{f}$$

Juga, dari soal 8.16,

$$\text{Re} \sqrt{f} = \frac{d}{\nu} \sqrt{\frac{2g(d)(h_L)}{L}} \frac{\frac{2}{12}}{5.34 \times 10^{-5}} \sqrt{\frac{(64.4) \left(\frac{2}{12} \right) (95.7)}{100}}$$

$$= 10,000 \text{ (turbulen)}$$

Dari Diagram Moody, $f = 0.035$ untuk $\epsilon/d = 0.00025/(2/12) = 0.0015$. Maka

$$\frac{V_6^2}{2g} = \frac{0.160}{f} = 6.40 \text{ ft}, V_2 = 20.3 \text{ ft/s},$$

$$\text{dan } Q = A_2 V_2 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{2}{12} \right)^2 \times 20.3 = 0.443 \text{ cfs udara}$$

4.5.25 Berapakah ukuran pipa besi tuang baru (new cast iron pipe), panjang 8000 ft, yang akan mengalirkan 37.5 cfs air dengan penurunan garis derajat hidraulik sebesar 215 ft? Gunakan Tabel 3 untuk perhitungan ini.

Penyelesaian:

Teorema Bernoulli memberikan

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - f\left(\frac{8000}{d}\right)\left(\frac{V^2}{2g}\right) = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B$$

$$\text{atau} \left[\left(\frac{p_A}{\gamma} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\gamma} + z_B\right) \right] = f\left(\frac{8000}{d}\right)\left(\frac{V^2}{2g}\right)$$

Suku sebelah kiri di dalam kurung menyatakan penurunan pada garis derajat hidraulik. Dengan menyatakan V sebagai Q/A dan menganggap aliran turbulen,

$$215 = f\left(\frac{8000}{d}\right)\left(\frac{37.5/\frac{1}{4}\pi d^2}{2g}\right), \text{ yang disederhanakan menjadi}$$

$$d^5 = f\frac{(8000)(37.5)^2}{(39.7)(215)} = 1318f$$

Nggap $f = 0.020$ (karena d dan V keduanya tidak diketahui, diperlukan sebuah pemisalan). Maka

$$d^2 = f(1318) = (0.020)(1318) = 26.36, d = 1.92$$

$$\text{Dari Tabel 3, untuk } V = \frac{37.5}{\pi(1.92)^2/4} = 13.0 \text{ ft/s, } f = 0.0165.$$

Untuk kecepatan sebesar ini dalam kebanyakan pipa, terdapat aliran air turbulen. Dihitung kembali,

$$d^2 = (0.0165)(1318) = 21.75, d = 1.85$$

Memeriksa f , $V = 14.0$ ft/s, dan Tabel 3 memberikan $f = 0.0165$ (periksalah).

Gunakan ukuran patokan terdekat : pipa 2-ft atau 24". (periksa Re dengan menggunakan viskositas ν untuk air pada 70°F).

4.5.26 Titik C dan D, pada ketinggian yang sama, terpisah 150 m dalam sebuah pipa berdiameter 200-mm dan dihubungkan ke suatu meteran diferensial dengan menggunakan tabung kecil. Bila debit aliran air 0.18 m³/s, penyimpangan air raksa dalam meteran itu 1.96 m. Tentukanlah faktor gesek f .

Penyelesaian:

$$\left(\frac{p_C}{\gamma} + \frac{V_{200}^2}{2g} + 0\right) - f\left(\frac{150}{0.200}\right)\left(\frac{V_{200}^2}{2g}\right) = \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_{200}^2}{2g} + 0$$

atau $\left(\frac{p_C}{\gamma} - \frac{p_D}{\gamma}\right) = f(750)\frac{V_{200}^2}{2g}$ (1)

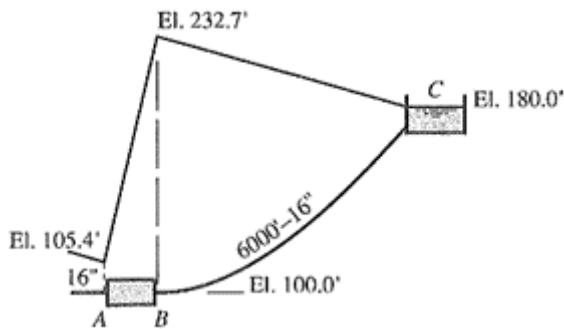
Dari meteran diferensial, $p_L = p_R$ atau

$$p_C/\gamma + 1.96 = p_D/\gamma + (13.57)(1.96)$$

dan $(p_C/\gamma) - (p_D/\gamma) = 24.64 \text{ m}$ (2)

Dengan menyamakan persamaan (1) dan (2), $24.64 = f(750)(5.73)2/2g$, dari mana $f = 0.0196$.

4.5.27 Minyak bakar menengah pada 50°F dipompa ke tangki C (lihat Gambar 8-2) melalui 6000 ft pipa baja sambungan yang baru, berdiameter dalam 16". Tekanan di A adalah +2.00 psi bila debit alirannya 7.000 cfs, (a) berapakah daya yang harus disuplai pompa Abke minyak, dan (b) berapakah tekanan yang harus dipertahankan di B? gambarkan garis derajat hidrauliknya.



Penyelesaian:

$$V_{16} = \frac{Q}{A} = \frac{7.00}{\pi(16/12)^2/4} = 5.01 \text{ ft/s}$$
$$\text{dan } Re = \frac{5.01 \times (\frac{16}{12})}{5.55} \times 10^5 = 120,000$$

Dari diagram Moody, $f = 0.030$ untuk $\epsilon/d = 0.0060/(16/12) = 0.0045$.

(a) Persamaan Bernoulli dari A ke C, dengan datum di A, memberikan

$$\left(\frac{2.00 \times 144}{0.861 \times 62.4} + \frac{(5.01)^2}{2g} + 0 \right) + H_p - 0.030 \left(\frac{6000}{16} \times 12 \right) \left(\frac{(5.01)^2}{2g} \right) - \frac{(5.01)^2}{2g} = 0 + 0 + 80$$

Diperoleh, $H = 127.3 \text{ ft}$ dan

$$h_p = \frac{\gamma Q H_p}{550} = \frac{0.861 \times 62.4 \times 7.00 \times 127.3}{550} = 87.0$$

Suku terakhir di ruas sebelah kiri dari persamaan energi, adalah kerugian head dari pipa ke tangki, (lihat Tabel 4 dalam Appendix). Pada umumnya, bila perbandingan panjang terhadap diameter (L/d) adalah lebih dari 2000 terhadap 1, *head* kecepatan dan kerugian minor harus diabaikan dalam persamaan Bernoulli.

(b) Head tekanan di B dapat dihitung dengan menggunakan seksi A dan B atau seksi B dan C. yang pertama dengan kerja lebih sedikit, maka

$$\left(54 + \frac{V_{16}^2}{2g} + 0 \right) + 127.3 = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_{16}^2}{2g} + 0$$

Jadi, $p_B/\gamma = 132.7 \text{ ft}$ dan $p_B = (0.861 \times 62.4)(132.7)/144 = 49.5 \text{ psi}$.

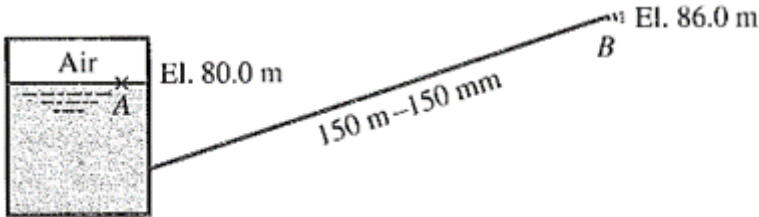
Ketinggian garis derajat hidraulik diperlihatkan dalam gambar 8.2 di atas

Di A : ketinggian = $(100.0+5.4)$ ft = 105.4 ft

Di B : ketinggian = $(100.0+132.7)$ ft (atau 105.4 ft+ 127.3 ft)
= 232.7 ft

Di C : ketinggian = 180.0 ft

4.5.28 Minyak mengalir dari tangki A melalui 150 m panjang pipa besi tuang baru yang tercelup aspal berdiameter 150-mm ke titik B dalam Gambar. Berapakah tekanan yang dibutuhkan di A yang dapat menyebabkan debit aliran minyak 0.013 m³/s? (Gravitasi jenis = 0.840 dan viskositas kinematisnya $\nu = 2.11 \times 10^{-6}$ m²/s). Gunakan $\epsilon = 0.00012$ m.



Penyelesaian:

$$V_{150} = \frac{Q}{A} = \frac{0.013}{0.0177} = 0.734 \text{ m/s dan}$$
$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0.734 \times 0.150}{2.11} \times 10^6 = 52,200$$

Dari Diagram Moody, $f = 0.0235$ dan persamaan Bernoulli, A ke B, datum di A, memberikan

$$\left(\frac{P_A}{\gamma} + 0 + 0 \right) - (0.50) \left(\frac{(0.734)^2}{2g} \right) - (0.0235) \left(\frac{150}{0.150} \right) \left(\frac{(0.734)^2}{2g} \right)$$
$$= 0 + \left(\frac{(0.734)^2}{2g} \right) + 6.0$$

Diselesaikan, $p_A/\gamma = 6.69$ m minyak, l dan $p_A = \gamma h = (0.840 \times 0.79)(6.69) = 55.0$ kPa

4.5.29 Sebuah pipa besi tempa (whrought iron pipe) mendatar, berdiameter dalam 150 mm dan agak karatan, mengalirkan 20 N udara per detik dari A ke B. Di A tekanannya 483 kPa mutlak, dan di B tekanannya harus sebesar 448 kPa mutlak. Aliran isothermal pada 20°C. Berapakah panjang pipa dari A ke B? gunakan $\epsilon = 0.00040$ m.

Penyelesaian:

Dengan menghitung nilai dasar (lihat Appendix untuk 68°F pada 14.7 psi),

$$\gamma_1 = (11.8)(483/101) = 56.4 \text{ N/m}^3$$

$$\gamma_2 = (11.8)(448/101) = 52.3 \text{ N/m}^3$$

$$V_1 = \frac{W}{\gamma_1 A} = \frac{20}{56.4 \times \frac{1}{4} \pi (150/1000)^2} = 20.1 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{W}{\gamma_2 A} = \frac{20}{52.3 \times \frac{1}{4} \pi (150/1000)^2} = 21.6$$

$$\text{Re} = \frac{(20.1)(150/1000)}{56.4 \times \frac{1}{4} \pi 10^{-5}} = 968,000.$$

Dari Diagram A-1, $f = 0.025$ untuk $\epsilon/d = 0.0027$.

Dengan menggunakan persamaan (E) dari soal 8.24.

$$\frac{(483 - 448)10^3}{56.4} = \frac{(2) \left[2 \ln (21.6/20.1) + 0.025 \left(\frac{L}{0.150} \right) \right] (20.1)^2 / 2g}{1 + 448/483},$$

dan $L = 173 \text{ m}$

Catatan: Untuk aliran gas dalam jalur pipa I, jika p_2 tidak lebih dari 10% lebih kecil dari p_1 kesalahan kurang dari 5% dalam penurunan tekanan akan dihasilkan dari anggapan bahwa fluidanya inkompresibel dan penggunaan persamaan Bernolulli dalam bentuk biasa.

4.5.30 Sebuah saluran segiempat tua 300 mm kali 460 mm mengalirkan udara pada 105 kPa mutlak dan 20°C melalui 460 m dengan kecepatan rata-rata 2.97 m/s. Tentukanlah penurunan atau kerugian head dan penurunan tekanannya, dengan menganggap salurannya mendatar dan dan ukuran ketidaksempurnaan permukaannya adalah 0.00055 m.

Penyelesaian:

Nilai kerugian *head* harus diperbaiki kembali sedikit untuk diterapkan ke irisan penampang yang tak bundar. Persamaan yang dihasilkan akan diterapkan ke aliran turbulen dengan ketelitian yang bisa diterima. Dengan mengganti diameter menjadi jari-jari hidraulik, yang didefinisikan sebagai luas irisan penampang dibagi keliling basah atau $R = A/p$

Untuk pipa bundar, $R = \frac{1}{4}\pi d^2 / \pi d = d/4$, dan rumus Darcy dapat ditulis sebagai

$$\text{Kerugian head} = \frac{f}{4} \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

Untuk f dan hubungannya ke kekasaran saluran dan bilangan Reynolds, kita gunakan

$$\text{Re} = V \frac{d}{\nu} = V \frac{4R}{\nu}$$

Untuk saluran 300 mm × 460 mm, $R = \frac{A}{P} = \frac{(0.300)(0.460)}{(2)(0.300+0.460)}$
 $= 0.0908$ m

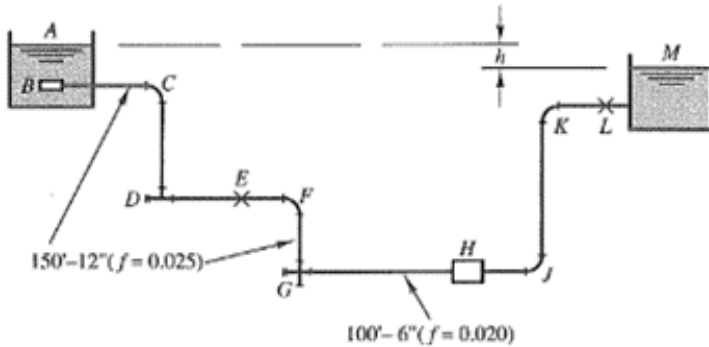
$$\text{Re} = \frac{4VR}{\nu} = \frac{4 \times 2.97 \times 0.0908}{(101/105) \times 1.49} \times 10^5 = 75,300$$

Dari diagram Moody, $f = 0.024$ untuk $\epsilon/d = \epsilon/4R = (0.00055)/(4 \times 0.0908) = 0.0015$. Maka

$$\text{Kerugian head} = \frac{0.024}{4} \left(\frac{460}{0.0908} \right) \left(\frac{(2.97)^2}{2g} \right) = 168 \text{ Pa}$$

Dan penurunan tekanan = $\gamma h = (105/101)(11.8)(13.7) = 168$ Pa. Dapat diamati bahwa anggapan massa jenis udara tetap, adalah memuaskan.

4.5.31 Ubahlah sistem pipa yang diperlihatkan dalam gambar 9-4 di bawah ini menjadi suatu panjang equivalen pipa 6”.



Factors K

- Strainer B = 8.0
- 12” Bends C, F (each) = 0.5
- 12” Tee D = 0.7
- 12” Valve E = 1.0
- 12” x 6” Cross G ($\times V_{\{6^2\}}/2g$) = 0.7
- 6” Meter H = 6.0
- 6” Bends J, K (each) = 0.5
- 6” Valve L = 3.0

Penyelesaian:

Soal ini dapat dijawab dengan menggunakan persamaan Bernoulli, A ke M, datum M, sebagai berikut.

Bends (Belokan)

$$(0 + 0 + h) - \left(8.0 + 2 \times 0.5 + 0.7 + 1.0 + 0.025 \times \frac{150}{1} \right) \left(\frac{V_{12}^2}{2g} \right)$$

Bends (Belokan) Ke luar

$$-\left(0.7 + 6.0 + 2 \times 0.5 + 3.0 + 1.0 + 0.020 \times \frac{100}{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{V_6^2}{2g} \right) = 0 + 0 + 0$$

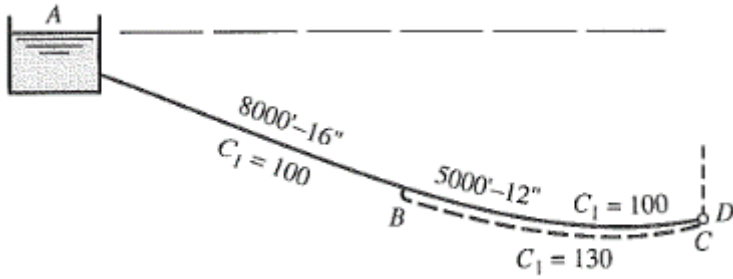
$$\begin{aligned} h &= 14.5 \frac{V_{12}^2}{2g} + 15.7 \frac{V_6^2}{2g} \\ &= \left(14.5 \times \frac{1}{16} + 15.7 \right) \left(\frac{V_6^2}{2g} \right) \\ &= 16.6 \frac{V_6^2}{2g} \end{aligned}$$

Untuk suatu head h yang tersedia, kerugian head-nya adalah $(16.6)(V_6^2/2g)$. Kerugian head dalam L_E ft pipa 6" adalah $f(L_E/d)(V_6^2/2g)$. Dengan menyamakan kedua nilai tersebut,

$$16.6 \frac{V_6^2}{2g} = 0.020 \left(\frac{L_E}{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{V_6^2}{2g} \right) \text{ dan } L_E = 415 \text{ ft}$$

Head kecepatan dalam persamaan ini saling meniadakan. Haruslah diingat bahwa keekivalenan hidraulik yang pasti, tergantung pada f , yang tidak tetap di daerah kecepatan yang luas.

4.5.32 Untuk sistem yang diperlihatkan dalam Gambar 9-6, bila alirannya dari reservoir A ke saluran D adalah 3.25 mgd, tekanan di D besarnya 20.0 psi. Aliran ke D harus ditingkatkan ke 4.25 mgd dengan tekanan pada 40.0 psi. Berapakah ukuran pipa, panjang pipa 5000 ft, yang harus diletakkan dari B ke C (diperlihatkan dengan garis putus-putus) sejajar ke pipa 12" yang ada, untuk mencapai aliran ini?



Penyelesaian:

Ketinggian reservoir A dapat ditentukan dengan menggunakan data dalam kalimat pertama soal ini. Dari diagram B-1,

Untuk, $Q = 3.25$ mgd,

$$\begin{aligned}
 S_{16} &= 4.6 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, & LH &= 4.6 \times 8 = 36.8 \text{ ft} \\
 S_{12} &= 19.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, & LH &= 19.0 \times 5 = 95.0 \text{ ft} \\
 & & \text{Total lost head} &= 131.8 \text{ ft}
 \end{aligned}$$

Penurunan garis derajat hidraulik 131.8 ft ke suatu ketinggian 46.2 ft di atas D (ekivalen dengan 20.0 psi). Jadi reservoir A adalah $(131.8 + 46.2) = 178.0$ ft di atas titik D.

Untuk suatu tekanan 40.0 psi, ketinggian garis derajat hidraulik di D akan menjadi 92.4 ft di atas D, atau head yang ada untuk aliran sebesar 4.25 mgd akan menjadi $(178.0 - 92.4) = 85.6$ ft.

Dalam pipa 16", $Q = 4.25$ mgd, $S = 7.5$ ft/1000 ft, kerugian head $= 7.5 \times 8 = 60.0$ ft. Sehingga

$$\text{Kerugian Head dari B ke C} = 85.6 - 60.0 = 25.6 \text{ ft}$$

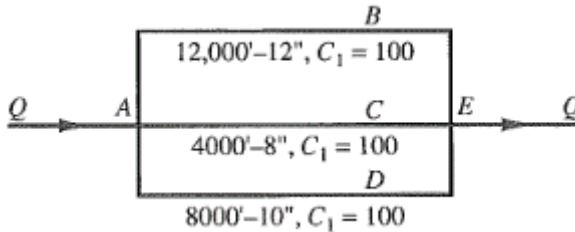
Untuk pipa 12", $S = 25.6/5 = 5.1$ ft/1000 ft, $Q = 1.6$ mgd, dan alirannya di dalam pipa harus menjadi $(4.25 - 1.6) = 2.65$ mgd, dengan head yang ada (penurunan dalam garis derajat hidraulik) sebesar 25.6 ft, dari B ke C.

$$S = 25.6/5 = 5.1 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$$

$$\text{dan } Q_{100} = 100/130 \times 2.65 = 2.04 \text{ mgd}$$

Diagram B-1 memberikan $D = 13''$ kira-kira (gunakan ukuran stok, $14''$).

4.5.33 Untuk sistem pipa beruntai dalam Gambar, head tekanan di A adalah 120.0 ft air dan head tekanan di E adalah 72.0 ft air. Dengan menganggap pipa-pipa tersebut berada pada suatu bidang mendatar, berapakah debit aliran di tiap cabang untaiaannya?



Penyelesaian:

Penurunan pada garis derajat hidraulik A ke E adalah $(120 - 72) = 48 \text{ ft}$, dengan mengabaikan nilai perbedaan head kecepatan yang kecil. Aliran-alirannya dapat dihitung selama kemiringan dari garis derajatnya diketahui. Jadi, dengan menggunakan Diagram B-1.

$S_{12} = 48/12 = 4.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$,	$Q_{12} = 1.4 \text{ mgd} (41.1\%)$
$S_8 = 48/4 = 12.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$,	$Q_8 = 0.9 \text{ mgd} (26.5\%)$
$S_{10} = 48/8 = 6.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$,	$Q_{10} = 1.1 \text{ mgd} (32.4\%)$
Total	$Q = 3.4 \text{ mgd} (100\%)$

4.5.34 Dalam soal 4.5.33, jika total alirannya Q adalah 6.50 mgd, berapakah besarnya kerugian head yang terjadi antara A dan

E , dan bagaimanakah Q terbagi dalam untaian tersebut? Gunakan dua jawaban, cara persentase dan cara ekuivalen.

Penyelesaian:

Dalam suatu sistem beruntai, besaran hidraulik yang umum adalah kerugian head yang melintasi untaiaannya (A ke E). Penyelesaiannya berlangsung seakan-akan soal 4.5.33 belum dijawab.

Dengan menganggap kerugian head, A ke E , sebesar 24 ft, Nilai aliran untuk kerugian head yang dimisalkan itu dapat diperoleh dari Diagram B-1.

$S_{12} = 24/12 = 2.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_{12} = 0.95 \text{ mgd} (41.3\%)$
$S_8 = 24/4 = 6.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_8 = 0.60 \text{ mgd} (26.1\%)$
$S_{10} = 24/8 = 3.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_{10} = 0.75 \text{ mgd} (32.6\%)$
Total	$Q = 2.30 \text{ mgd} (100\%)$

(a) Cara Persentase

Aliran dalam tiap cabang untaian tersebut akan merupakan suatu persentase keseluruhan dari total aliran melalui untaian untuk setiap daerah yang masuk akal dari kerugian head yang melintasi untaian. Persentase yang diperlihatkan di atas sangat sesuai dengan persentase yang ditabulasikan dalam soal 9.8 (di dalam ketelitian diagram). Terapkan persentase itu ke aliran yang diberikan sebesar 6.50 mgd.

$$\begin{aligned}
 Q_{12} &= 41.3\% \times 6.50 = 2.68 \text{ mgd}, & S_{12} &= 13.5 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, & LH_{A-E} &= 162 \text{ ft} \\
 Q_8 &= 26.1\% \times 6.50 = 1.70 \text{ mgd}, & S_8 &= 40.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, & LH_{A-E} &= 160 \text{ ft} \\
 Q_{10} &= 32.6\% \times 6.50 = 2.12 \text{ mgd}, & S_{10} &= 20.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, & LH_{A-E} &= 160 \text{ ft} \\
 Q &= 6.50 \text{ mgd}
 \end{aligned}$$

Cara ini memberikan suatu pemeriksaan atas perhitungan tersebut, seperti telah ditunjukkan di atas untuk tiga nilai kerugian head. Ini adalah cara yang lebih disukai.

head) dari W ke Z dan mengikuti pemisalan itu ke suatu kesimpulan logis.

Untuk contoh, anggap kerugian head sebesar 30 ft dari W ke Z. Maka, dari Diagram B-1.

$$S_{12} = 30/5 = 6.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft, dan } Q_{12} = 120/100 \times 1.74 = 2.1 \text{ mgd (41.3\%)} \\ S_{16} = 30/3 = 10.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft, dan } Q_{16} = 120/100 \times 5.00 = 6.0 \text{ mgd (41.3\%)} \\ \hline \text{Total} \qquad \qquad \qquad Q = 8.1 \text{ mgd (100\%)}$$

Kerugian head dari A ke B dapat dihitung untuk total aliran 8.1 mgd. Untuk menggunakan Diagram B-1, gunakan $Q_{100} = 100/120 \times 8.1 = 6.75 \text{ mgd}$.

$$A \text{ ke } W: S_{24} = 2.45 \text{ ft}/1000 \text{ ft, kerugian head} = 2.45 \times 10 = 24.5 \text{ ft (23.9\%)} \\ W \text{ ke } A: (\text{seperti dimisalkan di atas}) \qquad \qquad \qquad = 30.0 \text{ ft (29.3\%)} \\ A \text{ ke } W: S_{20} = 60 \text{ ft}/1000 \text{ ft, kerugian head} = 6.0 \times 8 \qquad = 48.0 \text{ ft (46.8\%)} \\ \hline \text{Total kerugian head untuk } Q \text{ sebesar } 8.1 \text{ mgd} \qquad = 102.5 \text{ ft (100\%)}$$

Dengan menerapkan nilai persentase ini kerugian head yang diberikan sebesar 200 ft menghasilkan

$$\text{aktual } LH_{A-W} = 200 \times 23.9\% = 47.8 \text{ ft,} \qquad S_{24} = 47.8/10 = 4.78 \text{ ft}/1000 \text{ ft} \\ \text{aktual } LH_{W-Z} = 200 \times 29.3\% = 58.6 \text{ ft,} \\ \text{aktual } LH_{A-W} = 200 \times 46.8\% = 93.6 \text{ ft,} \qquad S_{20} = 93.6/10 = 11.70 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$$

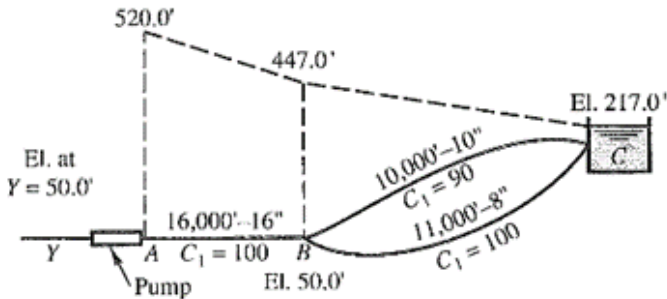
Dari Diagram B-1, aliran dalam pipa 24" adalah $(120/100)(9.75) = 11.70 \text{ mgd}$

Sebagai pemeriksaan, dalam pipa 20", $Q = (120/100)(9.8) = 11.76 \text{ mgd}$. Aliran ini terbagi dalam untaian WZ dalam persentase yang telah dihitung di atas yaitu, 25.9% dan 74.1%.

Dengan menggunakan keterangan di atas untuk sistem dari A ke B, aliran sebesar 8.1 mgd dihasilkan dengan penurunan pada garis derajat hidraulik sebesar 102.5 ft. Untuk 8.1 mgd dalam sebuah pipa 20", $C=120$.

$$S_{20} = 6.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft} = 102.5/L_e \text{ atau } L_e = 17,100 \text{ ft}$$

4.5.36 Dalam Gambar, bila pompa YA mengalirkan 5.00 cfs, berapakah penurunan head tekanannya di A dan B. Gambarkan garis derajat hidrauliknya.



Penyelesaian:

Reduksi bagian (loop) BC menjadi sebuah pipa ekuivalen, berdiameter 16", C = 100. Dengan begitu, sebuah pipa berukuran tunggal dengan kekasaran relatif sama telah dipasang untuk semua kondisi aliran. Anggap suatu penurunan pada garis derajat hidraulik sebesar 22 ft dari B ke C, maka nilai berikut ini diperoleh dari slide rule hidraulik (dapat diperiksa menggunakan diagram B)

$S_{10} = 22/10 = 2.2 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_{10} = 0.57 \text{ mgd}$
$S_8 = 22/11 = 2.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_8 = 0.34 \text{ mgd}$
Total	$Q = 0.91 \text{ mgd}$

Untuk $Q = 0.91 \text{ mgd}$ dan $D=16''$ ($C = 100, S_{16} = 0.435 \text{ ft}/1000 \text{ ft} = 22.0/L_\epsilon$ dan $L_\epsilon = 50,600 \text{ ft}$).

Aliran dari pompa ke reservoir adalah 5.00 cfs atau 3.23 mgd. Untuk $(50,600 + 16,000) = 66,600 \text{ ft}$ pipa ekuivalen 16", kerugian head dari A ke C akan menjadi

$$S_{16} = 4.55 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, \text{ kerugian head} = 4.55 \times 66.6 = 303 \text{ ft}$$

Jadi ketinggian garis derajat hidraulik di A adalah $(217 + 303)$

= 520, seperti diperlihatkan dalam Gambar 9-11. Penurunan dari A ke B = $4.55 \times 16 = 73$ ft, dan ketinggian di B menjadi $(520 - 73) = 447$.

$$\text{head tekanan di A} = 520 - 50 = 470 \text{ ft}$$

$$\text{head tekanan di B} = 447 - 50 = 397 \text{ ft}$$

4.5.37 Dalam Gambar, aliran dari reservoir A adalah 10 mgd. Tentukanlah daya yang diambil oleh turbin jika head tekanan di E adalah -10.0 ft. Tunjukkan garis derajanya.

Penyelesaian:

Analisis dari suatu sistem pipa bercabang harus memusatkan pada titik percabangan C. Pertama, jumlah aliran menuju C harus sama dengan jumlah aliran yang meninggalkan C. Kedua, ketinggian garis derajat hidraulik di C, adalah sering merupakan kunci penyelesaiannya.

Untuk menghitung ketinggian garis derajat hidraulik di C, anggap kerugian head, A ke C, sebesar 24 ft. Maka,

$S_{20} = 24/6 = 4.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_{20} = 6.5 \text{ mgd} (41.9\%)$
$S_{24} = 24/8 = 3.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$	$Q_{24} = 9.0 \text{ mgd} (58.1\%)$
Total	$Q = 15.5 \text{ mgd} (100\%)$

Terapkan persentase ini ke 10 mgd yang mengalir dari A ke C.

$$Q_{20} = 4.2 \text{ mgd}, S_{20} = 1.77 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, \quad \text{Kerugian head} = 10.6 \text{ ft}$$

$$Q_{24} = 5.8 \text{ mgd}, S_{24} = 1.33 \text{ ft}/1000 \text{ ft}, \quad \text{Kerugian head} = 10.6 \text{ ft (check)}$$

Jadi ketinggian garis derajat hidraulik di C = $220.6 - 10.6 = 210.0$. Dari keterangan ini, garis derajat turun 8 ft dari B ke C, dan alirannya harus dari B ke C. Maka,

$$S_{30} = 8/8 = 1.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft},$$

$$Q_{20} = 8.59 \text{ mgd}$$

Juga

aliran dari C = aliran ke C

$$Q_{C-D} = 10.0 + 8.95 = 18.95 \text{ mgd}$$

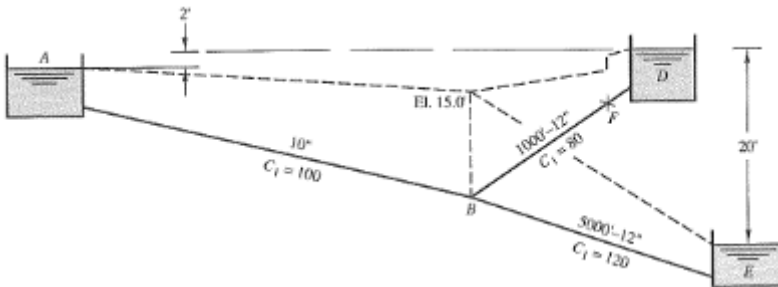
Jadi, $S_{30} = 4.0 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$, $LH_{C-D} = 40.0 \text{ ft}$, dan ketinggian garis derajat di $D = 210 - 40 = 170.0$

$$\begin{aligned} \text{Daya yang diambil Turbin} &= \frac{\gamma Q H_T}{550} \\ &= \frac{(62.4)(18.95 \times 1.547)(170 - 70)}{550} \\ &= 333 \text{ hp} \end{aligned}$$

4.5.38 Dalam Gambar, katup F tertutup sebagian, menghasilkan kerugian head sebesar 3.60 ft bila aliran melalui katup tersebut adalah 0.646 mgd. Berapakah panjang pipa dari reservoir A ke B, atau yang berdiameter 10”?

Penyelesaian:

Untuk DB , aliran $Q = 0.646 \text{ mgd}$ dan $S_{12} = 1.40 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$. Total kerugian head dari D ke $B = 1.40 \times 1 + 3.60 = 5.00 \text{ ft}$, memberikan ketinggian garis derajat di B sebesar 15.0 (menyebut ketinggian $E = 0$).



Untuk BE , $S_{12} = (15.0 - 0.0)/5 = 3 \text{ ft}/1000 \text{ ft}$ and $Q = 1.46 \text{ mgd}$,

Untuk $A B$, aliran $Q = 1.46 - 0.646 = 0.81$ mgd dan $S_{10} = 3.45$ ft/1000 ft.

Maka, dari $S = h/L$, $L = h/S = 3.00/3.45 = 0.870$ dalam satuan 1000 ft, atau $L = 870$ ft.

4.5.39 Kembangkanlah pernyataan yang dipergunakan untuk mempelajari aliran dalam suatu jaringan pipa, dalam Gambar berikut ini.

Penyelesaian:

Cara memecahkannya, yang telah dikembangkan oleh Professor Hardy Cross, terdiri darimemisalkan aliran di seluruh jaringannya, dan kemudian menyeimbangkan kerugian head yang telah dihitung. Dalam sistem pipa beruntai sederhana yang diperlihatkan dalam Gambar, untuk aliran yang tepat di setiap cabang untaian.

$$LH_{ABC} = LH_{ADC} \text{ atau } LH_{ABC} - LH_{ADC} = 0 \tag{1}$$

Agar dapat menggunakan hubungan ini, rumus aliran yang digunakan harus dituliskan dalam bentuk $LH = kQ^n$. Untuk rumus Hazen-Williams, pernyataan ini adalah $LH = kQ^{1.85}$.

Tapi, karena kita sedang memisalkan aliran Q_0 , aliran Q yang tepat di setiap pipa dari suatu jaringan dapat dinyatakan sebagai $Q = Q_0 + \Delta$, di mana Δ adalah koreksi yang dikenakan pada Q_0 . Maka, dengan menggunakan teorema binomial,

$$kQ^{1.85} = k(Q_0 + \Delta)^{1.85} = k(Q_0^{1.85} + 1.85Q_0^{1.85-1} \Delta + \dots)$$

Nilai sesudah suku yang kedua dapat dihilangkan karena Δ kecil dibandingkan dengan Q_0 .

Untuk untaian di atas, dengan memasukkan ke pernyataan (1) kita peroleh:

$$k(Q_0^{1.85} - Q_0'^{1.85}) + 1.85k(Q_0^{0.85} - Q_0'^{0.85})\Delta = 0$$

Penyelesaian untuk Δ ,

$$\Delta = -\frac{k(Q_0^{1.85} - Q_0'^{1.85})}{1.85k(Q_0^{0.85} - Q_0'^{0.85})} \quad (2)$$

Pada umumnya, kita dapat menuliskan untuk suatu untaian yang lebih rumit,

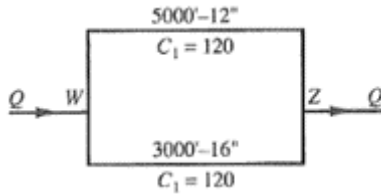
$$\Delta = -\frac{\sum kQ_0^{1.85}}{1.85\sum kQ_0^{0.85}} \quad (3)$$

Tetapi, $kQ_0^{1.85} = LH$ dan $kQ_0^{0.85} = LH/Q_0$. Karenanya,

$$\Delta = \frac{\sum(LH)}{1.85\sum(LH/Q_0)} \text{ untuk tiap untaian dari suatu jaringan} \quad (4)$$

Ketika menggunakan pernyataan (4), harus dilakukan secara teliti sehubungan dengan tanda pembilangnya. Pernyataan (1) menunjukkan bahwa aliran menurut arah jarum jam bisa dianggap sebagai menghasilkan kerugian menurut arah jarum jam, dan aliran yang berlawanan dengan arah jarum jam, menghasilkan kerugian yang berlawanan dengan arah jarum jam. Ini berarti bahwa tanda minusnya diperuntukkan bagi semua kondisi yang berlawanan dengan arah jarum jam dalam sebuah untaian, yaitu aliran Q dan kerugian head LH . Sehingga untuk menghindari kesalahan, notasi tanda ini harus diselidiki waktu mengerjakan suatu penyelesaian. Dilain pihak, penyebut dari (4) adalah selalu positif.

4.5.40 Sistem berantai yang diperlihatkan dalam Gambar 9-16 adalah sistem yang sama seperti yang terlihat sebagai bagian dari soal 9.10. Untuk total $Q = 11.7$ mgd, berapa banyak aliran yang terjadi di tiap cabang untaian, dengan menggunakan prosedur Hardy-Cross?



Penyelesaian:

Nilai Q_{12} dan Q_{16} masing-masing dimisalkan sebagai 4.0 mgd dan 7.7 mgd. Tabulasi di bawah ini disediakan, (ingat -7.70 mgd), nilai S dihitung, kemudian $LH = S \times L$, dan LH/Q_0 dapat dihitung. Menunjukkan bahwa Q -nya tidak betul-betul seimbang. (Nilai-nilai tersebut sengaja dimisalkan agar menghasilkan nilai ΣLH yang besar ini, untuk menggambarkan prosedurnya).

D	L	Anggap Q_0 (mgd)	S (ft/1000)	LH (ft)	LH/Q_0	Δ	Q_{-1}
12"	5000	4.00	19.5	97.5	24.4	-0.85	3.15
16"	3000	-7.70	-16.3	- 8.9	6.4	-0.85	-8.55
$\Sigma = 11.70$					$\Sigma = +48.6$	30.8	11.70

$$\Delta = -\frac{\Sigma LH}{1.85 \Sigma (LH/Q)} = -\frac{+48.6}{(1.85)(30.8)} = -0.85 \text{ mgd}$$

Maka nilai Q_1 -nya menjadi $(4.00 - 0.85) = 3.15$ mgd dan $(-7.70 - 0.85) = -8.55$ mgd. Dengan mengulangi perhitungan tersebut dihasilkan:

S	LH	LH/Q_1	Δ	Q_2
12.5	62.5	19.84	-0.06	3.09
-19.8	-59.4	6.95	-0.06	-8.61
$\Sigma = +3.1$		26.79		11.70

Tidak diperlukan perhitungan lebih lanjut, karena Diagram B-1 tidak dapat dibaca, sampai ketelitian sebesar 0.06 mgd. Idealnya,

\Sigma LH harus sama dengan nol, tetapi tujuan ini jarang dicapai.

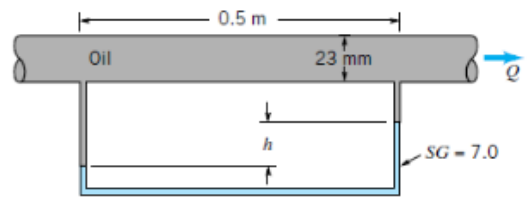
4.6 Soal-soal Tambahan

4.6.1 Air pada 10°C ($\rho = 999,7 \text{ kg/m}^3$ dan $\mu = 1,307 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$) mengalir dalam pipa dengan penampang konstan pada diameter dalam 0,20 cm, pipa sepanjang 15 m dengan kecepatan rata-rata 1,2 m/s. Tentukan (a) penurunan tekanan, (b) kehilangan head, dan (c) kebutuhan daya pemompaan untuk mengatasi penurunan tekanan ini.

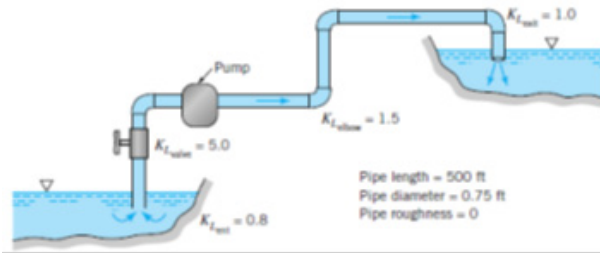
4.6.2 Udara pada 100°F mengalir pada tekanan atmosfer standar di dalam sebuah pipa dengan laju 0,08 lb/s. Tentukan diameter maksimum pipa yang diizinkan jika alirannya turbulen.

4.6.3 Air mengalir dalam sebuah pipa berdiameter konstan dengan kondisi yang terukur sebagai berikut: Pada bagian (a) $P_a = 32,4 \text{ psi}$ dan $Z_a = 56,8 \text{ ft}$; pada bagian (b) $P_b = 29,7 \text{ psi}$ dan $Z_b = 68,2 \text{ ft}$. Apakah aliran bergerak dari (a) ke (b) atau dari (b) ke (a)? Jelaskan.

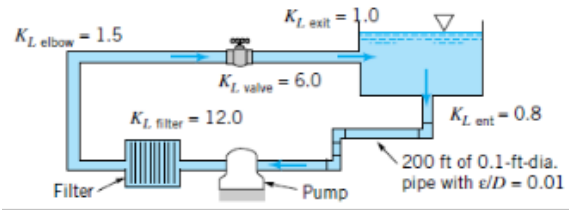
4.6.4 Minyak (berat spesifik = 8900 N/m^3 , viskositas = $0,10 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$) mengalir melalui pipa horizontal berdiameter 23 mm seperti yang ditunjukkan dalam Gambar berikut ini. Sebuah manometer tabung-U digunakan untuk mengukur penurunan tekanan sepanjang tabung. Tentukan kisaran dari nilai h agar alirannya laminar.



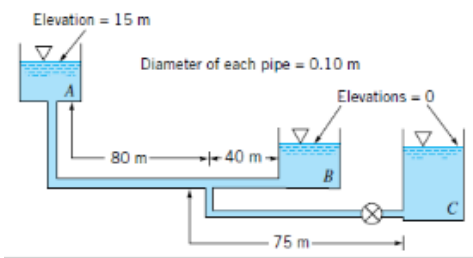
- 4.6.5** Selang sepanjang 70 ft berdiameter 0,50 in dengan kekasaran mutlak 0,0009 ft dipasangkan ke kran air dimana tekanannya p_1 . Tentukan besar tekanan p_1 jika tidak ada nosel yang disambungkan dan kecepatan rata-rata di dalam selang 6 ft/s. Abaikan kerugian-kerugian minor dan perubahan ketinggian.
- 4.6.6** Air mengalir dengan laju $0,040 \text{ m}^3/\text{s}$ di dalam sebuah pipa berdiameter 0,12 m yang mempunyai pengecilan mendadak menuju pipa berdiameter 0,06 m. Tentukan penurunan tekanan melintasi bagian yang mengecil. Berapa besar perbedaan tekanan ini yang disebabkan oleh kerugian-kerugian dan berapa besar yang disebabkan oleh perubahan energi kinetik?
- 4.6.7** Gas alam dengan massa jenis $0,0044 \text{ slugs}/\text{ft}^3$ dan viskositas kinematis $5,2 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$ dipompakan melalui sebuah pipa horizontal berdiameter 6 in, terbuat dari besi tuang, dengan laju aliran 800 lb/jam. Jika tekanan pada bagian (1) adalah 50 psi (abs), tentukan tekanan pada bagian (2) yang terletak 8 mil ke arah hilir jika alirannya diasumsikan tak mampu-mampat. Apakah asumsi tak mampu-mampat dapat diterima? Jelaskan.
- 4.6.8** Udara mengalir melalui saluran duct yang terbuat dari besi galvanis berpenampang segiempat ukuran $0,3 \text{ m} \times 0,15 \text{ m}$ dengan laju aliran $0,068 \text{ m}^3/\text{s}$. Tentukan kerugian head sepanjang 12 m saluran ini.
- 4.6.9** Pompa yang ditunjukkan dalam Gambar berikut ini memberikan head sebesar 250 ft kepada air. Tentukan daya yang ditambahkan oleh pompa kepada air. Perbedaan ketinggian antara kedua kolam adalah 200 ft.



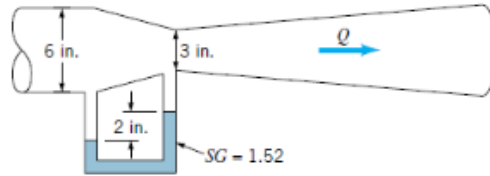
4.6.10 Air disirkulasikan dari sebuah tangki besar, melewati sebuah saringan (filter), dan kembali ke dalam tangki seperti pada Gambar yang ditunjukkan berikut ini. Daya yang ditambahkan kepada air oleh pompa sebesar 200 ft.lbs. Tentukan laju aliran melalui saringan.



4.6.11 Dengan katup tertutup, air mengalir dari tangki A ke tangki B seperti yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini. Berapa laju aliran ke dalam tangki B jika katup dibuka sehingga air dapat juga mengalir ke tangki C? Abaikan seluruh kerugian minor dan asumsikan bahwa factor gesekan adalah 0,02 pada seluruh pipa.



4.6.12 Air mengalir melalui venturi meter seperti yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini. Gravitasi spesifik dari fluida manometer adalah 1,52. Tentukan laju alirannya.



Bab V

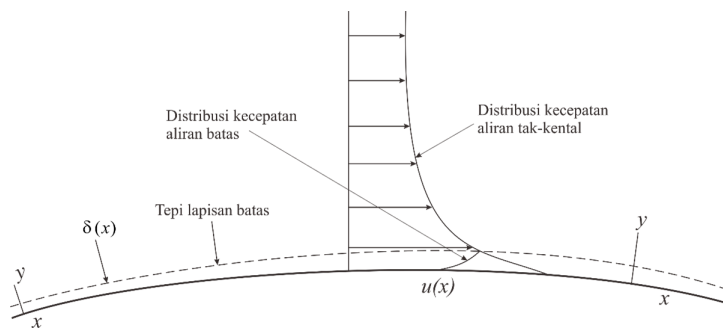
Aliran Lapisan Batas

5.1 Pendahuluan

Teori lapisan batas diawali dari pengamatan bahwa untuk aliran dengan bilangan Reynolds tinggi semua efek viskositas dapat di batasi di dalam sebuah lapisan tipis fluida di dekat permukaan. Di luar lapisan batas fluida bekerja sebagai fluida tak-kental karena efek-efek viskositas dapat diabaikan. Dalam bab ini, kita akan memberikan persamaan-persamaan diferensial maupun integral yang dibutuhkan untuk menyelesaikan distribusi kecepatan. Akan tetapi, karena persamaan-persamaan tersebut sangat sulit diselesaikan untuk permukaan-permukaan melengkung, kita akan membatasi pembahasan pada aliran di atas pelat datar dengan gradien tekanan nol.

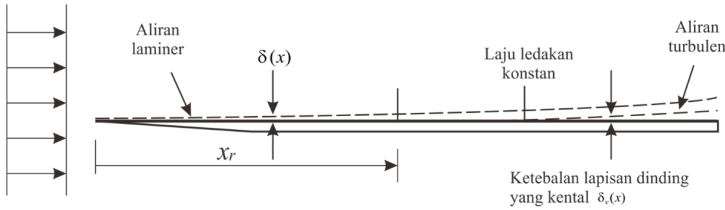
Tepi luar dari lapisan batas tidak dapat dilihat jadi secara acak kita mendefinisikan ketebalannya $\delta(x)$, sebagaimana ditunjukkan dalam Gbr. 5.1, sebagai locus titik-titik di mana kecepatannya memiliki nilai 99% dari *kecepatan arus bebas* $U(x)$ (kecepatan di permukaan yang diperoleh dari solusi aliran tak-kental). Ingatlah kembali

bahwa tekanan di permukaan tidak dipengaruhi oleh adanya lapisan batas yang tipis jadi tekanan di permukaan ini adalah tekanan dari aliran tak-kental. Perhatikan bahwa sistem koordinat-xy diorientasikan sedemikian rupa sehingga koordinat x terletak di sepanjang permukaan; ini dilakukan untuk persamaan-persamaan lapisan batas dan dapat dilakukan karena lapisan batasnya sangat tipis sehingga tidak terdapat suku-suku lengkungan yang muncul di dalam persamaan-persamaan yang mendeskripsikannya.



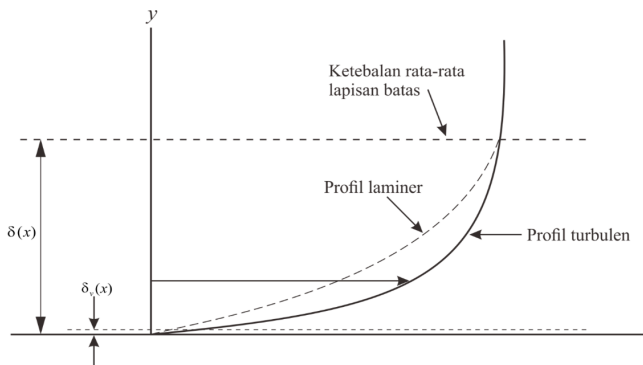
Gambar 5.1 Sebuah lapisan batas (Pustaka 1)

Suatu lapisan batas bersifat laminar di dekat tepi depan atau di dekat titik stagnasi. Lapisan ini mengalami transisi pada X_T menjadi aliran turbulen jika memiliki panjang yang cukup, seperti ditunjukkan dalam Gbr. 5.2. Transisi ini terjadi pada bilangan Reynold kritis $U_\infty X_T / \nu = 5 \times 10^5$ pada pelat datar kaku yang halus di dalam aliran dengan gradien tekanan nol yang memiliki intensitas fluktuasi arus bebas* dan $U_\infty X_T / \nu = 3 \times 10^5$ untuk aliran pada pelat datar yang kasar atau yang memiliki intensitas fluktuasi arus bebas yang tinggi (intensitasnya paling tidak 0,1). Daerah transisi dari aliran laminar menjadi turbulen ini relatif pendek dan biasanya diabaikan jadi aliran turbulen diasumsikan terjadi di lokasi terjadinya ledakan pertama.



Gambar 5.2 Lapisan batas yang mengalami transisi (Pustaka 1)

Ketebalan lapisan batas turbulen menebal lebih cepat dari pada lapisan batas laminar dan menyimpan lebih banyak momentum (pada ketebalanyang sama), seperti terlihat pada sketsa profil kecepatan dalam Gbr. 5.3. Lapisan turbulen memiliki kemiringan yang jauh lebih besar di dinding sehingga menghasilkan tegangan geser dinding yang jauh lebih besar. Lapisan batas turbulen pada suatu instan bervariasi secara acak terhadap waktu dan posisi dan dapat menjadi 20 persen lebih tebal atau 60 persen lebih tipis pada posisi manapun di suatu waktu tertentu atau pada waktu manapun di suatu posisi tertentu. Jadi, biasanya kita menggambarkan ketebalan lapisan batas yang dirata-rata terhadap waktu. Lapisan dinding yang kental dengan ketebalan δ_v di mana efek-efek viskositas di dalam suatu lapisan batas turbulen dianggap terkonsentrasi, ketebalannya sangat tipis jika dibandingkan dengan ketebalan lapisan batasnya sendiri, seperti ditunjukkan dalam gambar.



Gambar 5.3 Profil lapisan batas laminar dan turbulen (Pustaka 1)

Harus selalu diingat bahwa lapisan batas turbulen memiliki ketebalan yang sangat tipis dalam kebanyakan aplikasi. Pada pelat datar dengan $U_\infty = 5$ m/s ketebalan lapisan batasnya adalah sekitar 7 cm pada jarak 4 m. Jika ini digambarkan sesuai skala, akan tampak jelas bahwa lapisan batas ini sangat tipis. Karena lapisan batas sangat tipis dan kecepatannya bervariasi dari 0 di dinding menjadi $U(x)$ di tepi lapisan batas, profil kecepatan di dalam lapisan batas dapat diaproksimasi dengan mengasumsikan profil parabola atau kubik untuk lapisan laminar dan profil hukum pangkat untuk lapisan turbulen. Dengan asumsi profil kecepatan ini, persamaan-persamaan integral yang diberikan selanjutnya, akan memberikan kuantitas-kuantitas yang diinginkan.

5.2 Persamaan-persamaan Integral

Volume kontrol infinitesimal dengan ketebalan dx ditunjukkan dalam Gbr. 5.4 dengan fluks massa dalam (b) dan fluks momentum dalam (d). Persamaan kontinuitas memberikan fluks massa \dot{m}_{top} yang melintas ke dalam volume kontrol dari sisi atas; yaitu

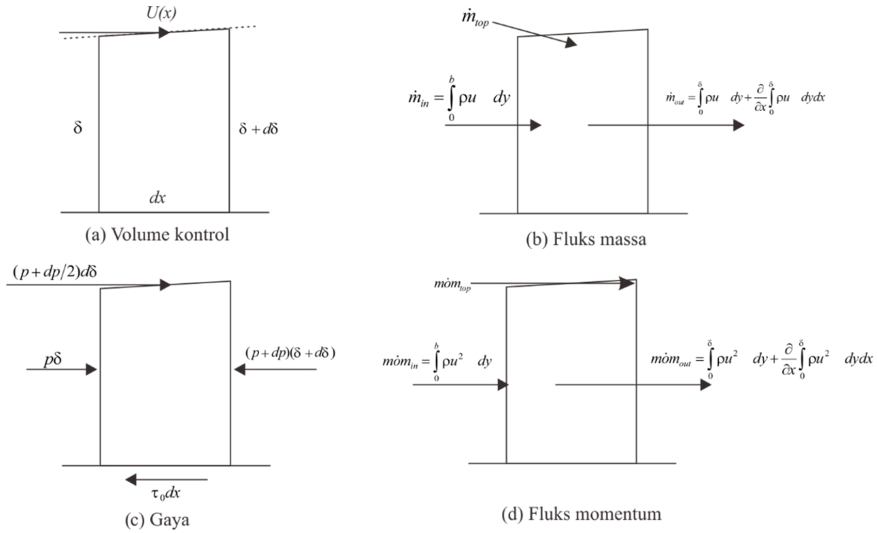
$$\dot{m}_{top} = \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^\delta \rho u \, dy \right) dx \quad (5.0)$$

Persamaan momentum komponen x (hukum kedua Newton) dituliskan sebagai

$$\sum F_x = \dot{m} \dot{m}_{out} - \dot{m} \dot{m}_{in} - \dot{m} \dot{m}_{top} \quad (5.1)$$

yang menjadi

$$\tau_0 \, dx - \delta \, dp = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho u^2 \, dy \right) dx - U(x) \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho u \, dy \right) dx \quad (5.2)$$



Gambar 5.4 Volume kontrol infinitesimal untuk lapisan batas

di mana kita telah mengabaikan* $p d\delta$ dan $dp d\delta$ karena ordonya lebih kecil daripada suku-suku yang lainnya; kita juga menggunakan $m\dot{m}_{top} = U(x)m_{top}$. Bagilah dengan $(-dx)$ dan peroleh persamaan integral von Karman:

$$\tau_0 + \delta \frac{dp}{dx} = \rho U(x) \frac{d}{dx} \int_0^\delta u \, dy - \rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 \, dy \quad (5.3)$$

Kita telah menggunakan derivatif-derivatif biasa karena setelah pengintegralan hanya fungsi x saja yang masih ada (δ merupakan fungsi dari x). Selain itu, densitas ρ diasumsikan konstan di seluruh lapisan batas.

Untuk aliran pada pelat datar dengan gradien tekanan nol, artinya, $U(x) = U_\infty$ dan $\partial p / \partial x = 0$ Pers. (5.3) dapat dituliskan dalam bentuk yang lebih sederhana.

$$\tau_0 = \rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta u(U_\infty - u) \, dy$$

Jika profil kecepatan $u(x, y)$ diasumsikan untuk suatu aliran tertentu, Pers. (5.4) bersama dengan $T_0 = \mu \partial u / \partial y \big|_{y=0}$ memungkinkan $\delta(x)$ dan $\tau_0(x)$ dua-duanya untuk ditentukan.

Dua panjang tambahan digunakan dalam studi mengenai lapisan batas. Kedua panjang ini adalah ketebalan perpindahan δ_d dan ketebalan momentum θ yang didefinisikan.

$$\delta d = \frac{I}{U} \int_0^\delta (U - u) dy \quad (5.5)$$

$$\theta = \frac{1}{U^2} \int_0^\delta (U - u) dy \quad (5.6)$$

Ketebalan perpindahan adalah jarak dipindahkannya streamline di luar lapisan batas oleh karena fluida yang bergerak lebih lambat di dalam lapisan batas. Ketebalan momentum adalah ketebalan lapisan fluida dengan kecepatan U yang memiliki momentum yang hilang yang disebabkan oleh efek-efek viskositas; ketebalan ini seringkali digunakan sebagai panjang karakteristik untuk studi mengenai lapisan batas turbulen. Perhatikan bahwa Pers. (5.4) dapat dituliskan

$$\tau_0 = \rho U_\infty^2 \frac{d\theta}{dx} \quad (5.7)$$

5.3 Lapisan Batas Laminar dan Turbulen

Kondisi-kondisi batas yang harus dipenuhi untuk profil kecepatan di dalam lapisan batas pada pelat datar dengan gradien tekanan nol adalah

$$\begin{aligned} u &= 0 \text{ pada } y = 0 \\ u &= U_\infty \text{ pada } y = \delta \\ u &= 0 \text{ pada } y = \delta \end{aligned} \quad (5.8)$$

Lampiran Batas Laminar

Untuk lapisan batas laminar, kita dapat menyelesaikan komponen x dari persamaan Navier-Stokes atau kita dapat mengasumsikan suatu profil seperti misalnya parabola. Karena lapisan batas sangat tipis, profil asumsi memberikan hasil yang cukup baik. Kita akan mengasumsikan profil parabola

$$\frac{u}{U_\infty} = A + By + Cy^2 \quad (5.9)$$

Ketiga kondisi batas di atas membutuhkan

$$\begin{aligned} 0 &= A \\ 1 &= A + B\delta + C\delta^2 \\ 0 &= B + 2C\delta \end{aligned} \quad (5.10)$$

yang solusinya adalah

$$A = 0 \quad B = \frac{2}{\delta} \quad C = -\frac{1}{\delta^2} \quad (5.11)$$

yang menghasilkan profil kecepatan aliran laminar

$$\frac{u}{U_\infty} = 2\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \quad (5.12)$$

Masukkan profil ini ke dalam persamaan integral (6.4) dan integralkan :

$$\tau_0 = \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho U_\infty^2 \left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \right) \left(1 - \frac{2y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta^2} \right) dy = \frac{2}{15} \rho U_\infty^2 \frac{d\delta}{dx} \quad (5.13)$$

Tegangan geser dinding juga diberikan

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \mu U_\infty \frac{2}{\delta} \quad (5.14)$$

Persamakan kedua ekspresi untuk τ_0 di atas untuk memperoleh

$$\delta \, d\delta = \frac{15\nu}{U_\infty} dx \quad (5.15)$$

Integralkan persamaan di atas dengan $\delta = 0$ pada $x = 0$ dan peroleh ekspresi untuk $\delta(x)$

$$\delta(x) = 5,48 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (5.16)$$

Ini sekitar 10 persen lebih tinggi daripada solusi yang lebih akurat sebesar $5 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}$ yang diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Navier-Stokes di dalam Subbab 5.4 berikutnya.

Tegangan geser dinding diperoleh dengan memasukkan Pers. (5.16) ke dalam Pers. (5.14) dan adalah

$$\tau_0(x) = 0,365 \rho U_\infty^2 \sqrt{\frac{\nu}{x U_\infty}} \quad (5.17)$$

Koefisien gesekan kulit lokal c_f seringkali ingin diketahui dan adalah

$$C_f(x) = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 0,730 \sqrt{\frac{\nu}{x U_\infty}} \quad (5.18)$$

Koefisien gesekan kulit C_f adalah gaya hambat non-dimensi dan adalah

$$C_f = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 L} = \frac{\int_0^L \tau_0 dx}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 L} = 1,46 \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty L}} \quad (5.19)$$

Koefisien-koefisien yang lebih akurat untuk T_0 , c_f dan C_f berturut-turut adalah 0,332, 0,664 dan 1,33, jadi asumsi profil kecepatan parabola untuk aliran lapisan batas memiliki tingkat kesalahan sekitar 10 persen.

Lapisan Batas Turbulen

Untuk lapisan batas turbulen kita seringkali mengasumsikan profil kecepatan* hukum pangkat seperti yang kita lakukan untuk aliran di dalam pipa. Ini adalah

$$\frac{\bar{U}}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} \quad n = \begin{cases} 7 & \text{Re} < 10^7 \\ 8 & 10^7 < \text{Re}_x < 10^8 \\ 9 & 10^7 < \text{Re}_x < 10^9 \end{cases} \quad (5.20)$$

Di mana $\text{Re}_x = U_\infty x/\nu$. Masukkan profil kecepatan ini dengan $n = 7$ ke dalam Pers.(5.4) dan integralkan untuk memperoleh

$$\tau_0 = \frac{7}{72} \rho U_\infty^2 \frac{d\delta}{dx} \quad (5.21)$$

Profil kecepatan hukum pangkat memberikan $\partial \bar{u} / \partial y = \infty$ pada $y = 0$ jadi tidak dapat digunakan di dinding. Ekspresi kedua untuk τ_0 dibutuhkan; kita memilih formula Blasius, yang diberikan oleh

$$C_f = 0,046 \left(\frac{\nu}{U_\infty \delta}\right)^{1/4} \text{ memberikan } \tau_0 = 0,023 \rho U_\infty^2 \left(\frac{\nu}{U_\infty \delta}\right)^{1/4} \quad (5.22)$$

Gabungkan Pers. (5.21) dan (5.22) dan didapatkan

$$\delta^{1/4} d\delta = 0,237 \left(\frac{\nu}{U_\infty}\right)^{1/4} dx \quad (5.23)$$

Asumsikan aliran turbulen dari tepi depan (bagian laminar biasanya sangat pendek) dan integralkan dari 0 sampai x :

$$\delta = 0,38x \left(\frac{\nu}{U_\infty x}\right)^{1/5} \quad \text{Re}_x < 10^7 \quad (5.24)$$

Masukkan ini ke dalam rumus Blasius dan peroleh koefisien gesekan kulit lokal sebesar

$$C_f = 0,059 \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} \text{Re}_x < 10^7 \quad (5.25)$$

Koefisien gesekan kulit menjadi

$$C_f = 0,073 \left(\frac{v}{U_\infty L} \right)^{1/5} \text{Re}_x < 10^7 \quad (5.26)$$

Rumus-rumus di atas benar dapat dipakai $\text{Re} = 10^8$ tanpa kesalahan yang berarti.

Jika terdapat bagian lapisan batas laminar yang signifikan, bagian tersebut harus dimasukkan. Jika transisi terjadi pada $\text{Re}_{\text{krit}} = 5 \times 10^5$, maka koefisien gesekan kulit harus dimodifikasi menjadi

$$C_f = 0,073 \left(\frac{v}{U_\infty L} \right)^{1/5} - 1700 \frac{v}{U_\infty L} \text{Re}_x < 10^7 \quad (5.27)$$

Untuk pelat kasar, $\text{Re}_{\text{krit}} = 3 \times 10^5$ dan konstanta 1700 harus digantikan dengan 1060.

Ketebalan perpindahan dan momentum dapat dihitung dengan menggunakan profil kecepatan hukum pangkat sebesar

$$\begin{aligned} \delta_d &= 0,048x \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} \\ \text{Re} &< 10^7 \\ \theta &= 0,037x \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Terdapat kuantitas-kuantitas tambahan yang sering digunakan dalam studi mengenai lapisan batas turbulen. Kita akan memperkenalkan dua kuantitas di sini. Yang satu adalah kecepatan geser u_τ , yang didefinisikan

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (5.29)$$

Ini adalah kecepatan fiktif dan sering muncul dalam hubungan-hubungan lapisan batas turbulen. Yang satu lagi adalah ke-

tebalan δ_v dari lapisan dinding kental yang sangat fluktuatif, yang ditampilkan dalam Gbr. 5.2 dan 5.3. Di dalam lapisan yang sangat tipis inilah diperkirakan munculnya ledakan-ledakan turbulen. Ketebalan ini telah dihubungkan dengan kecepatan geser melalui pengamatan-pengamatan di dalam eksperimen melalui

$$\delta_v = \frac{5v}{u_\tau} \quad (5.30)$$

5.4 Persamaan Diferensial Lapisan Batas Laminar

Solusi aliran laminar yang diberikan dalam subbab 6.3 merupakan solusi aproksimasi. Dalam subbab kali ini, kita akan memberikan solusi yang lebih akurat dengan menggunakan komponen x dari persamaan Navier-Stokes. Persamaan ini, untuk aliran datar horizontal (tidak ada variasi z)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (5.31)$$

Kita dapat menyederhanakan persamaan ini dan memperoleh suatu solusi. Pertama-tama, ingatlah kembali bahwa lapisan batas sangat tipis sehingga tidak terjadi variasi tekanan ke arah tegak lurus terhadap lapisan batas, artinya, tekanan bergantung hanya pada x dan merupakan tekanan di dinding solusi aliran potensial. Karena tekanan diasumsikan diketahui, yang tidak diketahui dalam Pers. (5.31) adalah u dan v . Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.32)$$

Juga menghubungkan u dan v . Jadi, kita memiliki dua persamaan dan dua variabel yang ingin diketahui. Perhatikan Gbr. 5.2 dan 5.3; u berubah dari 0 ke U_∞ dalam jarak δ yang sangat kecil sehingga

menghasilkan gradien yang sangat besar ke arah y , sedangkan u berubah sangat perlahan ke arah x (pada y yang sama). Oleh karena itu, kita menyimpulkan bahwa

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5.33)$$

Maka persamaan diferensial (5.31) dapat dituliskan

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (5.34)$$

Kedua suku percepatan di sisi kiri tetap dipertahankan karena v mungkin saja kecil akan tetapi gradien $\partial u / \partial y$ cukup besar sehingga hasil keduanya dipertahankan. Persamaan (5.34) adalah persamaan lapisan batas Prandtl.

Untuk aliran pada pelat datar dengan $dp/dx = 0$, dan dalam bentuk fungsi arus ψ (ingat bahwa $u = \partial\psi/\partial y$ dan $v = -\partial\psi/\partial x$), pers. (6.34) mengambil bentuk

$$u \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = v \frac{\partial^3\psi}{\partial y^3} \quad (5.35)$$

Jika kita jadikan (transformasi ini diperoleh melalui prosedur coba-coba dan pengalaman)

$$\xi = x \text{ dan } \eta = y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (5.36)$$

Pers. (5.35) menjadi*

$$-\frac{1}{2\xi} = \left(\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\right)^2 + \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi\partial\eta} - \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} = v \frac{\partial^3\psi}{\partial\eta^3} = \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu\xi}} \quad (5.37)$$

Persamaan ini kelihatan lebih sulit dari pada Pers. (5.35), tapi jika kita jadikan

$$\psi(\xi, \eta) = \sqrt{U_\infty \nu \xi} F(\eta) \quad (5.38)$$

Dan masukkan ini ke dalam Pers. (6.37), diperoleh hasil

$$F \frac{d^2 F}{d\eta^2} + 2 \frac{d^3 F}{d\eta^3} = 0 \quad (5.39)$$

Persamaan diferensial biasa dapat diselesaikan secara numerik dengan kondisi-kondisi batas yang tepat. Kondisi-kondisi tersebut adalah

$$F = F' = 0 \text{ pada } \eta = 0 \text{ dan } F' = 1 \text{ pada } \eta \text{ besar} \quad (5.40)$$

Yang diperoleh dari komponen-komponen kecepatan

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_\infty F'(\eta) \\ v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{vU_\infty}{x}} (\eta F' - F) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Solusi numerik untuk soal nilai batas diberikan dalam tabel 5.1. Dua kolom terakhir masing-masing memungkinkan perhitungan v dan τ_0 . Kita mendefinisikan ketebalan lapisan batas sebagai ketebalan di mana $u = 0,99U_\infty$ dan kita amati bahwa ini terjadi pada $\eta = 5$, jadi, dari solusi numerik ini

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{vx}{U_\infty}} \quad (5.42)$$

Juga

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty F'' \sqrt{\frac{U_\infty}{vx}} \quad (5.43)$$

Jadi tegangan geser dinding untuk lapisan batas ini dengan $dp/dx = 0$ adalah

$$\tau_0 = \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,332 \rho U_\infty \sqrt{\frac{vU_\infty}{x}} \quad (5.44)$$

Koefisien-koefisien gesekannya adalah

$$c_f = 0,664\sqrt{\frac{v}{U_\infty x}} \qquad C_f = 1,33\sqrt{\frac{v}{U_\infty L}} \qquad (5.45)$$

dan ketebalan dan pertambahan dan momentumnya adalah (ini membutuhkan pengintegralan secara numerik)

$$\delta d = 1,72\sqrt{\frac{vx}{U_\infty}} \qquad \theta = 0,644\sqrt{\frac{vx}{U_\infty}}$$

Tabel 5.1 Solusi Lapisan Batas Laminar dengan $dp/dx = 0$ (Pustaka 1)

$\eta = y\sqrt{U_\infty vx}$	F	$F' = u/U_\infty$	$\frac{1}{2}(\eta F' - F)$	F''
0	0	0	0	0,3321
1	0,1656	0,3298	0,0821	0,3230
2	0,6500	0,6298	0,3005	0,2668
3	1,397	0,8461	0,5708	0,1614
4	2,306	0,9555	0,7581	0,0642
5	3,283	0,9916	0,8379	0,0159
6	4,280	0,9990	0,8572	0,0024
7	5,279	0,9999	0,8604	0,0002
8	6,279	1,000	0,0000	0,0000

5.5 Soal-Soal Dan Penyelesaian

5.5.1 Udara pada 30°C mengalir di sepanjang pelat datar sepanjang 4 m dan selebar 2 m dengan kecepatan 2 m/s dan $dp/dx = 0$. Di ujung belakang pelat, estimasikanlah (a) tahanan geser dinding, (b) nilai maksimum v di dalam lapisan batas dan (c) laju aliran melalui lapisan batas. Asumsikan aliran laminar di seluruh panjang pelat.

Penyelesaian:

Bilangan Reynoldusnya adalah $Re = \frac{U_\infty L}{v} = 2 \times \frac{4}{1,6} \times 10^{-5} = 5 \times 10^5$ jadi aliran laminar dapat diterima.

Tegangan geser dinding (ini membutuhkan F'' di dinding) di $x = 4$ m adalah

$$\begin{aligned} T_0 &= 0,332\rho U_\infty \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} \\ &= 0,332 \times 1,164 \times 2 \times \frac{\sqrt{1,6 \times 10^{-5}} \times 2}{4} = 0,00219 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Nilai maksimum v memerlukan penggunaan $(\eta F'' - F)$. Nilai maksimumnya terjadi di tepi luar lapisan batas dan adalah 0,860.

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} (F'' - F) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{1,6 \times 10^{-5}} \times 2}{4} \times 0,860 = 0,0012 \text{ m/s}$$

Perhatikan nilai v yang kecil dibandingkan dengan $U_\infty = 2$ m/s.

Untuk memperoleh laju aliran melalui lapisan batas, integralkan $u(y)$ di $x = 4$ m

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^\delta u \times 2 dy = \int U_\infty \times 2 \times \frac{\nu x}{U_\infty} d\eta \\ &= 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{1,6 \times 10^{-5}} \times 4}{2} \int_0^{3,283} dF = 0,00743 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

5.5.2 Udara atmosfer pada 20°C mengalir pada 10 m/s di sepanjang sebuah pelat datar yang kaku dengan panjang 4 m dan lebar 2 m yang searah dengan aliran. Berapa panjangkah bagian laminar dari lapisan batasnya? Prediksikan gaya hambat di bagian laminar pada satu sisi dari pelat.

Penyelesaian: Dengan mengasumsikan udara terbebas dari gangguan-gangguan intensitas tinggi, gunakan bilangan Reynolds sebesar 5×10^5 , artinya,

$$\frac{U_\infty x_r}{\nu} = 5 \times 10^5$$

Sehingga

$$x_r = 5 \times 10^5 \times 1,51 \times 10^{-5} / 10 = 0,755 \text{ m}$$

Gaya hambat, dengan menggunakan Pers. (6.19) dan koefisien 1,33 ketimbang 1,46 (koefisien 1,33 lebih akurat sebagaimana telah disebutkan), adalah

$$F_D = \frac{1,33}{2} \rho U_\infty^2 L w \sqrt{\frac{v}{U_\infty L}}$$

$$= 0,665 \times 1,2 \times 102 \times 0,755 \times 2 \times \sqrt{\frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 0,755}} = 0,017 \text{ N}$$

yang merupakan nilai yang termasuk kecil.

5.5.3 Air pada 20°C mengalir di sepanjang sebuah pelat datar yang memiliki Panjang 2 m dan lebar 3 m pada 12 m/s. Estimasi kecepatan geser, ketebalan lapisan dinding kental dan ketebalan lapisan batas di ujung pelat (asumsikan lapisan turbulen dari tepi depan). Selain itu, prediksi gaya hambat di satu sisi pelat.

Penyelesaian:

Bilangan Reynoldsnya adalah $Re = U_\infty x / \nu = 12 \times 2 / 10^{-6}$
 $= 2,4 \times 10^7$ jadi, dengan $n = 7$

$$\tau_0 = \frac{0,059}{2} \rho U_\infty^2 \left(\frac{\nu}{U_\infty x}\right)^{1/5} = 0,0295 \times 1000 \times 12^2 \times \left(\frac{10^{-6}}{12 \times 2}\right)^{0,2} = 142 \text{ Pa}$$

Jadi kecepatan gesernya adalah

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{142}{1000}} = 0,377 \text{ m/s}$$

Ketebalan lapisan dinding kentalnya adalah

$$\delta_v = \frac{5\nu}{u_\tau} = \frac{5 \times 10^{-6}}{0,377} = 1,33 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Ketebalan lapisan batasnya adalah, dengan mengasumsikan lapisan turbulen dari tepi dengan

$$\delta = 0,38 \times \left(\frac{\nu}{U_\infty x}\right)^{1/5} = 0,38 \times 2 \times \left(\frac{10^{-6}}{12 \times 2}\right)^{0,2} = 0,0254 \text{ m}$$

Gaya hambat di satu sisi pelat adalah

$$F_D = \frac{0,073}{2} \rho U_\infty^2 L w \left(\frac{v}{U_\infty L} \right)^{1/5}$$

$$= 0,0365 \times 1000 \times 12^2 \times 2 \times 3 \left(\frac{10^{-6}}{21 \times 2} \right)^{0,2} = 1050 \text{ N}$$

5.5.3 Estimasikan gaya hambat di satu sisi pelat datar dalam contoh 8.9 (a) dengan mengamsumsikan aliran turbulen dari tepi depan. (b) Memasukkan bagian laminar dari lapisan batas

(a) Dengan mengamsumsikan aliran turbulen dari tepi depan, ketebalan lapisan batas setelah jarak 4 m diberikan oleh Pers. (865) dan adalah

$$\delta = 0,38 \times \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} = 0,38 \times 4 \times \left(\frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{0,2} = 0,0789 \text{ m}$$

Jadi gaya hambat di satu sisi adalah

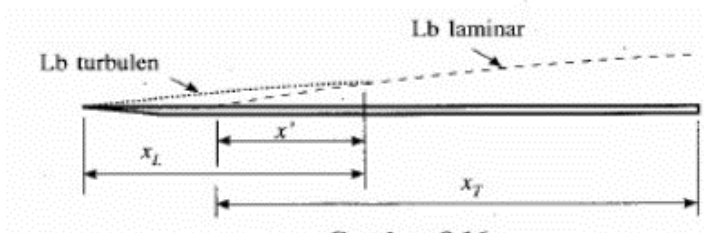
$$\frac{1}{2} C_f \rho U_\infty^2 L w = \frac{0,073}{2} \left(\frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{1/5} \times 1,2 \times 10^2 \times 4 \times 2 = 1,82 \text{ N}$$

Periksa bilangan Reynoldnya :

$$Re = 10 \times 4 / 1,51 \times 10^{-5} = 2,65 \times 10^6 \quad \therefore OK$$

(b) Pertama-tama, sketsa lapisan – lapisan batas dengan jarak – jaraknya ditunjukkan dalam gambar 5.4 Panjang lapisan batas laminar diperoleh dengan menggunakan $Re_{krit} = 5 \times 10^5$

$$X_L = \frac{Re \times v}{U_\infty} = \frac{5 \times 10^5 \times 1,51 \times 10^{-5}}{10} = 0,755 \text{ m}$$



Gambar 5.4

Ketebalan lapisan batas laminar X_L

$$\delta = 5\sqrt{\frac{XV}{U_\infty}} = 5\sqrt{\frac{0,755 \times 1,51 \times 10^{-5}}{10}} = 0,000534 \text{ m}$$

Lokasi titik awal fiktif dari lapisan diperoleh dengan menghitung x' dalam Gbr. 5.4 ini diperoleh dengan menggunakan pers. (8.65)

$$x'^{4/5} = \frac{\delta}{0,38} \left(\frac{U_\infty}{v} \right)^{1/5} = \frac{0,00534}{0,38} \left(\frac{10}{1,51 \times 10^{-5}} \right)^{1/5} \quad \therefore x' = 0.205 \text{ m}$$

Jadi jarak x_T adalah $x_T = L - x_L + x' = 4 - 0.755 + 0,205 = 3,45$ m ketebalan lapisan batas di ujung pelat adalah

$$\delta = 0,38 \times \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} = 0,38 \times 3,45 \times \left(\frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 3,45} \right)^{0.2} = 0,070 \text{ m}$$

Gaya hambat diperoleh melalui pers. (8.69) sebesar

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} C_f \rho U_\infty^2 L w \\ &= \frac{1}{2} \left[0,073 \left(\frac{v}{U_\infty L} \right)^{1/5} - 1700 \frac{v}{U_\infty L} \right] \rho U_\infty^2 L w \\ &= \left[\frac{0,073}{2} \left(\frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{0.2} - \frac{1700}{2} \frac{1,51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right] \times 1,2 \times 10^2 \times 4 \times 2 \\ &= 1,51 \text{ N} \end{aligned}$$

Gaya hambat dalam (a) sekitar 20 persen terlalu tinggi. Bagian lamar yang memiliki tegangan geser yang lebih kecil mengurangi gaya hambat keseluruhan untuk jarak – jarak yang pendek

5.6 Soal-soal Tambahan

- 5.6.1 Sebuah lapisan turbulen diteliti dalam suatu aliran gradient tekanan nol pada sebuah pelat datar di laboratorium. Udara atmosfer pada 20°C mengalir di sepanjang pelat pada 10 m/s . Seberapa jauhkah dari tepi depan turbulensi dapat diperkirakan terjadi (a) jika intensitas fluktuasi arus bebasnya rendah? (b) Jika intensitas fluktuasi arus bebasnya tinggi?
- 5.6.2 Jawablah Soal 8.52 jika fluidanya adalah air 20°C .
- 5.6.3 Sebuah lapisan batas laminar akan diteliti di laboratorium. Untuk memperoleh lapisan yang cukup tebal, diinginkan bagian laminar sepanjang 2 m . Berapakah kecepatan yang harus digunakan adalah (a) saluran air? (b) terowongan angin? Diasumsikan bahwa intensitas fluktuasinya dapat dikontrol pada tingkat yang cukup rendah.
- 5.6.4 Asumsikan profil kecepatan sinusoidal di dalam lapisan batas laminar pada pelat datar dengan gradien tekanan nol dengan menggunakan air 20°C dengan $U_{\infty} = 1\text{ m/s}$. Carilah:
- (a) $\delta(x)$. Bandingkan dengan solusi yang lebih eksak dan hitunglah persentase errornya
 - (b) $\tau_o(x)$
 - (c) Gaya hambat jika pelat memiliki 2 m dan panjang 4 m .
- 5.6.5 Buatlah sketsa sesuai skala suatu lapisan batas laminar yang tebal sepanjang 10 m untuk aliran air 200C pada pelat dasar dengan gradient tekanan untuk $U_{\infty} = 1\text{ m/s}$. Gunakan 15 cm untuk mempresentasikan panjang pelat 10 m . Asumsikan lapisan laminar di keseluruhan panjang 10 m tersebut.

- 5.6.6** Udara pada 20°C mengalir di sepanjang pelat datar dengan Panjang 3 m dan lebar 2 m pada 16 m/s. Asumsikan aliran turbulen dari tepi depan (suatu kawat penjegal di tepi dapat dipakai untuk mengakibatkan turbulensi) dan hitunglah:
- δ di $x = 3$ m.
 - τ_0 di $x = 3$ m
 - Gaya hambat di satu pelat
 - Ketebalan perpindahan dan momentum di $x = 3$ m
 - Kecepatan geser dan ketebalan dari lapisan dinding kental
- 5.6.7** Udara pada 20°C mengalir di sepanjang pelat datar dengan Panjang 2 m dan lebar 3 m pada 3 m/s. masukkanlah bagian laminar di dekat tepi depan (Gbr. 5.4) dengan mengasumsikan fluktuasi rendah dan pelat yang halus dan hitunglah:
- δ di $x = 3$ m.
 - Gaya hambat di satu pelat
- 5.6.8** Lapisan batas laminar dari atmosfer 20°C yang berjarak 2 m/s terjadi di satu sisi pelat datar dengan lebar 2 m dan Panjang 3 m. Di $x = 3$ m. tentukanlah:
- Ketebalan lapisan batas.
 - Tegangan geser dinding
 - Tegangan y kecepatan yang maksimum
 - Gaya hambat
 - Ketebalan perpindahan dan momentum
 - Laju aliran melalui lapisan batas

Bab VI

Aliran Luar

6.1 Pendahuluan

Aliran luar yang melibatkan udara sering disebut sebagai aerodinamika untuk menunjukkan arti penting dan aliran luar yang dihasilkan ketika sebuah obyek seperti sebuah pesawat terbang menjelajah atmosfer. Meskipun bidang kajian aliran luar aerodinamika ini sangat penting, masih banyak contoh-contoh lain yang juga sama pentingnya. Gaya fluida (gaya angkat (*lift*) dan gaya seret (*drag*)) pada permukaan kendaraan (mobil, truk, sepeda) telah menjadi topik yang sangat penting. Merancang mobil dan truk secara benar memungkinkan kita untuk mengurangi konsumsi bahan bakar dan meningkatkan karakteristik pengendalian kendaraan. Upaya-upaya yang serupa telah berhasil meningkatkan kualitas kapal-kapal, baik kapal yang bergerak di permukaan air (dikelilingi oleh dua fluida, udara dan air), maupun kapal selam (yang seluruhnya dikelilingi oleh air).

Aplikasi lain dari aliran luar melibatkan benda-benda yang tidak seluruhnya dikelilingi oleh fluida, meskipun benda-benda tersebut diletakkan dalam suatu bentuk aliran luar. Sebagai contoh, perancangan yang tepat sebuah gedung (baik itu rumah Anda atau gedung pencakar langit) harus menyertakan pertimbangan berbagai pengaruh angin.

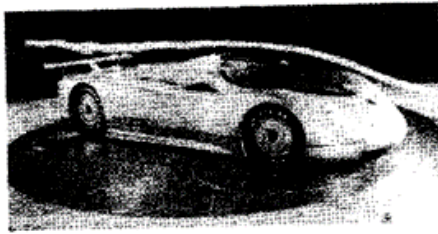
Seperti halnya bidang-bidang lain dari mekanika fluida, dua pendekatan (teoretis dan eksperimental) digunakan untuk memperoleh informasi mengenai gaya-gaya fluida yang terbentuk oleh aliran Iuar. Teknik teoritis (meliputi kajian analitis dan numerik) dapat memberikan banyak informasi yang diperlukan mengenai aliran-aliran serupa itu. Namun demikian, karena kompleksitas persamaan pengaturnya dan kompleksitas dari bentuk geometris benda yang terlibat, banyaknya informasi yang diperoleh secara teoritis murni sangat terbatas. Dengan kemajuan saat ini dan yang akan datang di bidang komputasi mekanika fluida, tampaknya prediksi komputer mengenai gayagaya dan pola aliran yang rumit akan dapat lebih cepat diperoleh.

Kebanyakan informasi mengenai aliran luar berasal dari eksperimen-eksperimen yang dilakukan, sebagian besarnya, pada model-model yang di skala dari benda sebenarnya. Pengujian tersebut menggunakan pengujian terowongan angin dari model-model pesawat terbang, bangunan-bangunan dan bahkan seluruh kota. Dalam beberapa hal, justru benda sebenarnya, bukannya model, yang diuji di terowongan angin. Gambar 25 menunjukkan pengujian kendaraan di dalam terowongan angin. Mobil, sepeda, dan berbagai objek lain yang performanya lebih baik telah dihasilkan dari pengujian di terowongan angin ini. Penggunaan terowongan air dan tangki towing juga memberikan informasi yang berguna mengenai aliran di sekitar kapal dan benda-benda lainnya.

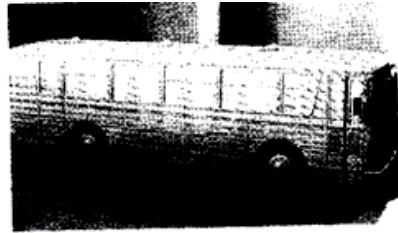
Dalam bab ini kita akan meninjau karakteristik dari aliran luar yang melewati berbagai benda. Kita akan mengkaji aspek-aspek kualitatif dari aliran-aliran serupa itu dan mempelajari cara menentukan berbagai gaya pada benda yang dikelilingi oleh cairan yang bergerak.

6.2 Karakteristik Aliran Luar

Sebuah benda yang terendam di dalam fluida yang bergerak mengalaminya gaya-gaya resultan akibat interaksi antara benda dengan fluida di sekelilingnya. Dalam beberapa situasi (seperti pesawat yang terbang melewati udara yang diam), fluida yang berada jauh dari benda berada dalam keadaan diam dan benda tersebut bergerak melalui fluida dengan kecepatan U . Dalam situasi lainnya (seperti angin yang bertiup melewati sebuah bangunan), benda dalam keadaan diam dan fluida mengalir melewati benda tersebut dengan kecepatan U . Pada kasus manapun, kita dapat menetapkan sistem koordinat pada benda dan memperlakukan situasi tersebut seperti fluida mengalir melewati benda yang diam dengan kecepatan U , yang disebut kecepatan hulu. Untuk keperluan buku ini, kita akan mengasumsikan bahwa kecepatan hulu konstan baik menurut waktu maupun tempatnya. Artinya, terdapat fluida dengan kecepatan seragam dan tetap yang mengalir melewati benda tersebut. Dalam situasi sesungguhnya, hal ini seringkali tidak benar. Sebagai contoh, angin yang mengalir melewati sebuah cerobong asap hampir selalu turbulen dan bergejolak (tidak tunak) dan mungkin kecepatannya tidak seragam dari atas sampai dasar cerobong. Biasanya ketidak-tunakan dan ketidakseragaman tidak begitu penting.



(a)



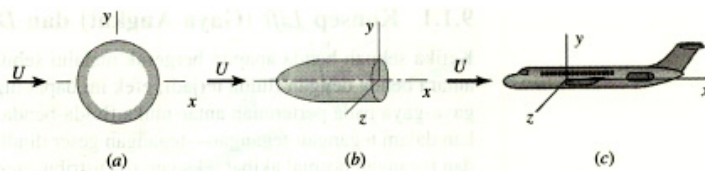
(b)

Gambar 6.1 (a) Allran melewati sebuah mobil ukuran penuh di dalam terowongan angin laboratorium aerodinamika GM, dengan penampang uji berukuran 18×34 ft yang digerakkan oleh fan berdiameter 43 ft dan daya 4000 hp. (b) Aliran permukaan pada sebuah model kendaraan seperti yang diindikasikan oleh tuft yang dipasangkan pada permukaan (Pustaka 3)

Bahkan dengan aliran hulu yang seragam dan tunak, aliran di sekitar benda dapat menjadi tak-tunak. Contoh perilaku seperti ini meneakup gerak periodik secara eepat (*flutter*) dalam aliran yang melewati *airfoil* (sayap), osilasi beraturan dari kabel telepon yang “bernyanyi” akibat tiupan angin, dan fluktuasi turbulen yang tidak beraturan di daerah olakan (*wake*) di belakang benda.

Struktur dari aliran luar dan tingkat kemudahan di mana aliran dapat digambar dan dianalisa sering tergantung pada sifat alami-hah dari benda di dalam aliran. Tiga kategori umum dari benda ditunjukkan pada Gambar 6.2. Termasuk di dalamnya adalah (a) benda dua-dimensi (panjang tak terhingga dengan bentuk dan ukuran penampangnya yang konstan), (b) benda simetris sumbu (terbentuk dengan merotasi bentuk penampangnya terhadap sumbu simetrinya), dan (e) benda tiga-dimensi yang mungkin memiliki atau tidak memiliki sebuah garis atau bidang simetri. Dalam prakteknya tidak terdapat benda-benda yang benar-benar dua-dimensi tidak ada yang memiliki panjang tak terhingga. Namun demikian, banyak benda yang eukup panjang sehingga efek-efek ujungnya sedemikian keeil dan dapat diabaikan.

Klasifikasi lain dari bentuk benda dapat tergantung pada apakah benda tersebut dibuat mulus mengikuti garis arus (*streamlined*) atau tumpul. Karakteristik aliran sangat tergantung pada seberapa banyak bagian yang dibuat mulus tersebut. Secara umum, benda-benda *streamlined* (seperti *airfoil*, mobil balap, dan lain-lain.) memiliki pengaruh kecil pada fluida yang mengelilinginya, dibandingkan dengan pengaruh yang dimiliki benda tumpul (misalnya, parasut, gedung-gedung, dan lain-lain.) Pada fluida. Biasanya, tapi tidak selalu, akan lebih mudah untuk mendorong sebuah benda stream lined melewati suatu fluida daripada mendorong sebuah benda tumpul yang ukurannya sarana agar bergerak dengan kecepatan yang sama. Terdapat beberapa pengecualian penting untuk aturan dasar ini.



Gambar 6.2 Klasifikasi aliran: (a) dua dimensi, (b) simetri sumbu, (c) tiga dimensi

6.3 Lift (Gaya Angkat) dan Drag (Gaya Hambat)

Ketika sebuah benda apapun bergerak melalui sebuah fluida, suatu interaksi antara benda dengan fluida terjadi; efek ini dapat digambarkan dalam bentuk gaya-gaya pada pertemuan antar-muka fluida-benda, Hal ini dapat digambarkan dalam tegangan-tegangan-tegangan geser dinding, τ_w , akibat efek viskos dan tegangan normal akibat tekanan, p . Distribusi tegangan geser dan tekanan yang biasa ditunjukkan pada Gambar 6.3a dan 6.3b. Baik τ_w dan p bervariasi besar dan arahnya di sepanjang permukaan.

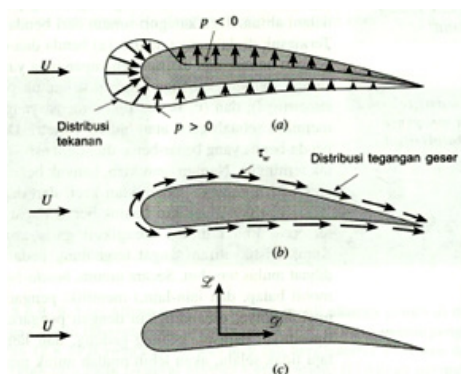
Seringkali berguna jika kita mengetahui distribusi terperinci tegangan geser dan tekanan di seluruh permukaan benda, meskipun informasi serupa itu sulit didapatkan. Namun demikian, seringkali yang diperlukan hanya efek resultan secara keseluruhan. Gaya resultan dalam arah yang sama dengan kecepatan hulu disebut sebagai drag (gaya seret), D , dan gaya resultan yang tegak lurus terhadap arah kecepatan hulu disebut sebagai lift (gaya angkat), Z , seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.3c. Untuk beberapa benda tiga dimensi, mungkin juga terdapat sebuah gaya samping yang tegak lurus terhadap bidang yang memuat D dan Z .

Resultan dari tegangan geser dan distribusi tekanan dapat diperoleh dengan mengintegrasikan pengaruh-pengaruh dari kedua besaran ini pada permukaan benda seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 6.4. Komponen x dan y dari gaya fluida pada elemen luas kecil sebesar dA adalah

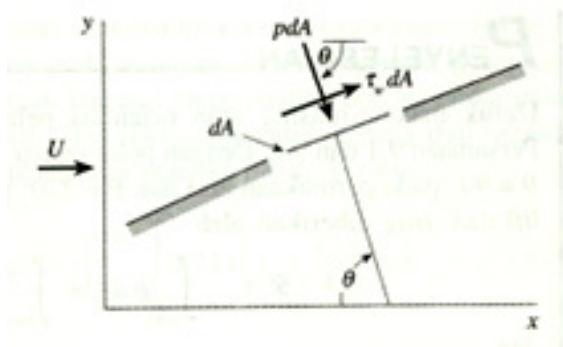
$$dF_x = (p \, dA) \cos \theta + (\tau_w \, dA) \sin \theta \quad (6.3.1)$$

$$\text{dan } dF_y = -(p \, dA) \sin \theta + (\tau_w \, dA) \cos \theta \quad (6.3.2)$$

Jadi komponen x dan y netto dari gaya pada benda adalah



Gambar 6.3 Gaya-gaya dari fluida di sekeliling pada sebuah benda dan dimensi: (a) gaya tekanan, (b) gaya viskos, (c) gaya resultan (lift dan drag).



Gambar 6.4 Gaya tekanan dan gaya geser pada sebuah elemen kecil dari permukaan sebuah benda

$$\mathcal{L} = \int dF_x = \int p \cos \theta \, dA + \int \tau_w \sin \theta \, dA$$

dan $\mathcal{L} = \int dF_y = -\int p \sin \theta \, dA + \int \tau_w \cos \theta \, dA$ (6.3.3)

Tentu saja untuk melakukan pengintegralan dan menentukan lift dan drag, kita harus mengetahui bentuk benda (yaitu, θ sebagai suatu fungsi dari lokasi di sepanjang benda) dan distribusi dari τ_w dan p di sepanjang permukaan. Distribusi-distribusi ini seringkali sangat sulit didapatkan, baik secara eksperimental maupun secara teoretis. Distribusi tekanan dapat diperoleh secara eksperimental tanpa banyak kesulitan dengan menggunakan serangkaian tap tekanan statik sepanjang permukaan benda. Di sisi lain, biasanya sangat sulit untuk mengukur distribusi tegangan geser dinding.

Kelihatannya baik tegangan geser maupun tekanan sama-sama memberikan kontribusi terhadap lift dan drag, karena untuk serbarang benda θ tidak nol ataupun 90° pada benda. Pengecualian adalah untuk pelat datar yang diatur baik sejajar terhadap aliran hulu ($\theta = 90^\circ$) atau tegak lurus terhadap aliran hulu ($\theta = 0$).

Meskipun Persamaan di atas berlaku untuk benda apapun, kesulitan dalam pemakaiannya terletak pada bagaimana mendapatkan

distribusi tegangan geser dan tekanan yang sesuai pada permukaan benda. Banyak sekali upaya telah dilakukan dalam menentukan besaran-besaran ini, tetapi karena berbagai kerumitan yang terlibat, informasi mengenai hal tersebut hanya tersedia untuk beberapa situasi sederhana.

Tanpa informasi terperinci yang berkaitan dengan distribusi tegangan geser dan tekanan pada sebuah benda, Persamaan di atas tidak dapat digunakan. Alternatif yang banyak digunakan adalah dengan mendefinisikan koefisien *lift* dan *drag* yang tak berdimensi dan menentukan nilai-nilai perkiraannya dengan cara-cara baik menggunakan analisis yang disederhanakan, atau dengan beberapa teknik numerik, atau eksperimen yang sesuai. Koefisien lift, C_L dan koefisien drag, C_D didefinisikan sebagai:

$$C_L = \frac{\mathcal{L}}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$$

dan $C_D = \frac{\mathcal{D}}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$ (6.3.4)

di mana A adalah luas karakteristik dari benda. Biasanya, A ditetapkan sebagai luas Frontal-Luas proyeksi yang dilihat oleh orang yang memandang benda dari suatu arah yang sejajar dengan kecepatan hulu, U . Luas itu adalah luas bayangan dari benda yang diproyeksikan pada sebuah layar yang tegak lurus dengan kecepatan hulu yang dibentuk dengan sebuah cahaya yang bersinar sepanjang aliran hulu. Dalam situasi lainnya A ditetapkan sebagai luas proyeksi yang dilihat oleh seorang pengamat yang memandang benda dari sebuah arah tegak lurus terhadap kecepatan hulu (yaitu “dari atas” benda tersebut). Jelas, luas karakteristik yang digunakan dalam definisi dari koefisien-koefisien lift dan drag harus dinyatakan dengan jelas.

6.4 Karakteristik Aliran Melewati Sebuah Benda

Aliran-aliran luar yang melewati benda-benda meliputi berbagai variasi fenomena mekanika fluida yang sangat beragam. Jelas bahwa karakter dari medan aliran adalah sebuah fungsi dari bentuk benda. Aliran-aliran yang melewati bentuk-bentuk geometri yang relatif sederhana (misalnya bola atau silinder bundar) diperkirakan memiliki medan-medan aliran yang lebih sederhana dibandingkan aliran yang melewati sebuah bentuk yang kompleks seperti sebuah pesawat terbang atau sebuah pohon. Meskipun dernikian, bahkan benda yang bentuknya paling sederhana sekalipun menghasilkan aliran-aliran yang agak kompleks.

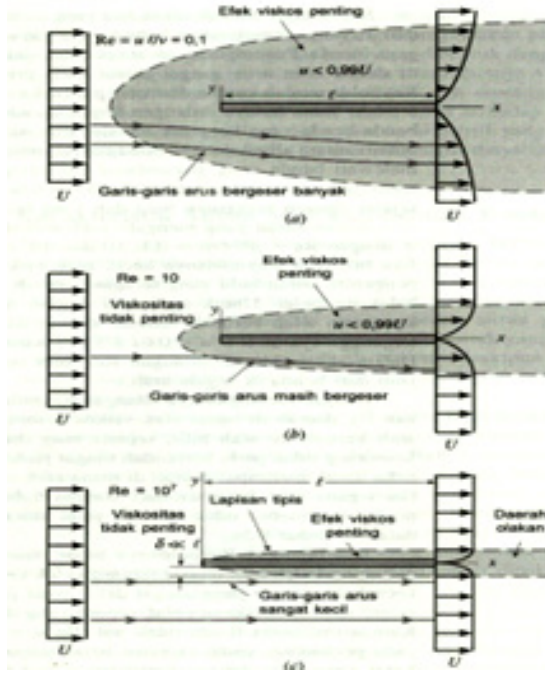
Untuk benda-benda dengan bentuk yang diberikan, karakteristik alirannya sangat tergantung pada berbagai parameter seperti ukuran, orientasi, kecepatan dan sifat fluida. Menurut argumen analisis dimensional, karakter aliran akan tergantung pada berbagai parameter tak berdimensi yang terlibat. Untuk aliran luar yang biasa, yang paling penting dari parameter-parameter ini adalah bilangan Reynolds, $Re = \rho Ul/\mu = Ul/\nu$, bilangan Mach, $Ma = U/C$ dan untuk aliran-aliran dengan sebuah permukaan bebas (yaitu aliran-aliran dengan suatu antar-muka antara dua fluida, seperti aliran yang melewati permukaan sebuah kapal), dipakai bilangan Froude, $Fr = U/(gl)^{0.5}$. (Ingat kembali bahwa l adalah suatu panjang karakteristik dari benda dan c adalah kecepatan suara.)

Untuk saat ini, kita meninjau bagaimana aliran luar dan lift serta drag yang berkaitan, bervariasi sebagai sebuah fungsi dari bilangan Reynolds. Ingat kembali bahwa bilangan Reynolds menyatakan perbandingan dari efek inersia terhadap efek viskos. Tanpa adanya seluruh efek viskos ($\mu = 0$) bilangan Reynolds menjadi tak terhingga. Sebaliknya, dengan tidak adanya efek inersia

(massa diabaikan atau $\rho = 0$), bilangan Reynolds adalah 0. Jelas, aliran yang aktual akan memiliki bilangan Reynolds antara (tetapi tidak termasuk) dua nilai ekstrim ini. Sifat alamiah dari aliran yang melewati sebuah benda sangat tergantung apakah $Re \gg 1$ atau $Re \ll 1$.

Kebanyakan aliran luar yang biasa kita hadapi berkaitan dengan benda-benda berukuran sedang dengan panjang karakteristik dalam orde $0,01 \text{ m} < l < 10 \text{ m}$. Sebagai tambahan, kecepatan hulu yang biasa dalam kisaran $0,01 \text{ m/s} < U < 100 \text{ m/s}$ dan fluida-fluida yang terlibat biasanya adalah air atau udara. Kisaran bilangan Reynolds yang dihasilkan untuk aliran-aliran seper: itu kira-kira $10 < Re < 10^9$. Sebagai kaidah umum (*rule of thumb*), aliran dengan $Re > 100$ didominasi oleh efek inersia, sedangkan aliran-aliran dengan, $Re < 1$ didominasi oleh efek viskos. Jadi, kebanyakan aliran-aliran luar yang biasa kita hadapi didominasi oleh inersia.

Sebaliknya, banyak aliran luar yang bilangannya sangat kurang dari 1, yang menunjukkan bahwa gaya-gaya viskos lebih penting dari gaya-gaya inersia. Penumpukan secara perlahan-lahan dari partikel-partikel kotoran di danau atau arus sungai diatur oleh prinsip-prinsip aliran berbilangan Reynolds rendah karena diameter partikel yang kecil dan kecepatannya yang rendah. Sama halnya, bilangan Reynolds adalah kecil karena μ besar untuk benda-benda yang bergerak melalui minyak berviskositas besar. Perbedaan umum antara aliran dengan bilangan Reynolds kecil dan besar yang mengalir melewati benda yang streamlined dan tumpul dapat diilustrasikan dengan meninjau aliran yang melewati dua benda, yang satu adalah pelat datar sejajar dengan kecepatan hulu dan yang lain adalah silinder bundar.



Gambar 6.5 Karakter aliran viskos, tunak melewati sebuah pelat datar sejajar terhadap kecepatan hulu: (a) aliran dengan bilangan Reynolds rendah, (b) aliran dengan bilangan Reynolds sedang, (c) aliran dengan bilangan Reynolds besar (Pustaka 3)

Aliran-aliran yang mengalir melewati tiga pelat datar yang panjangnya l dengan $Re = \rho U l / \mu = 0,1, 10$ dan 10^7 ditunjukkan dalam Gambar 6.5. Jika bilangan Reynoldsnnya kecil, efek viskos relatif kuat dan pelat mempengaruhi aliran hulu yang seragam jauh di depan, di atas, di bawah dan di belakang pelat. Untuk mencapai bagian medan aliran tersebut di mana kecepatan telah berubah sebesar kurang dari 1% dari nilainya yang tidak terganggu (yaitu $U - u < 0,01 U$) kita harus berada relatif jauh dari pelat. Dalam aliran dengan bilangan Reynolds rendah, efek viskos dapat terasa jauh dari benda di segala arah.

Dengan meningkatnya bilangan Reynolds (misalnya dengan meningkat kan U), daerah di mana efek viskos penting menjadi le-

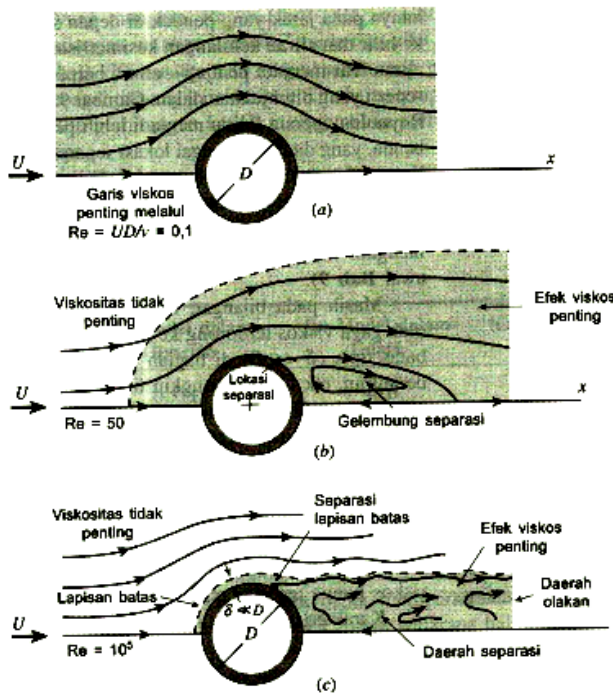
bih kecil di segala arah kecuali ke arah hilir, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 6.5b. Seseorang tidak perlu berpindah sangat jauh ke depan, ke atas atau ke bawah pelat untuk mencapai daerah di mana efek viskos dari pelat tidak terasakan. Garis-garis arus bergeser dari kondisi hulunya yang seragam, tetapi perpindahan tersebut tidak sebesar pada situasi $Re = 0,1$ yang ditunjukkan dalam Gambar 6.5a.

Jika bilangan Reynoldnya besar (tetapi bukan tak terhingga), aliran didominasi oleh efek inersia sehingga efek viskos dapat diabaikan di manapun kecuali di daerah yang sangat dekat pada pelat dan di daerah olakan yang relatif tipis di belakang pelat, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 6.5c. Karena viskositas fluida tidak nol ($Re < \infty$), maka fluida harus menempel pada permukaan padat (kondisi batas tanpa slip). Terdapat sebuah lapisan batas yang tipis dengan ketebalan $\delta = \delta(x) \ll l$ (yaitu relatif tipis dibandingkan dengan panjang pelat) di dekat pelat di mana kecepatan fluida berubah dari nilai hulunya $u = U$ menjadi nol pada pelat. Ketebalan lapisan ini meningkat dalam arah aliran, mulai dari nol pada ujung muka atau ujung depan pelat. Aliran dalam lapisan batas mungkin laminar atau turbulen, tergantung pada berbagai parameter yang terlibat.

Garis-garis arus aliran di luar lapisan batas hampir sejajar dengan pelat. Seperti yang akan kita lihat pada subbab berikutnya, sedikit perpindahan dari garis-garis arus luar yang berada di luar lapisan batas disebabkan oleh menebalnya lapisan batas dalam arah aliran. Keberadaan pelat memberikan sedikit efek pada garis arus di luar lapisan batas-baik di depan, di atas atau di bawah pelat. Sebaliknya daerah olakan disebabkan seluruhnya oleh interaksi viskos antara fluida dan pelat.

Sebuah pencapaian yang hebat dalam mekanika fluida terjadi pada tahun 1904 sebagai hasil dari pemikiran Ludwig Prandtl

(1875-1953), seorang fisikawan dan ahli aerodinamika Jerman. Dia memiliki gagasan mengenai lapisan batas-sebuah daerah tipis di permukaan suatu benda di mana efekefek viskos sangat penting dan di luarnya fluida berperilaku seakan-akan; inviscid. Jelas bahwa viskositas fluida aktual adalah sarna seluruhnya; hanya saja arti penting relatif dari efek viskos (karena gradien kecepatan) berbeda di dalam atau di luar lapisan batas ini. Seperti yang dibahas dalam subbar berikut, dengan menggunakan hipotesis seperti itu, dimungkinkan untuk menyederhanakan analisis dari aliran dengan bilangan Reynolds yang besar sehingga kita dapat menyelesaikan persoalan aliran luar yang jika tidal, demikian masih tidak terpecahkan.



Gambar 6.6 Karakter aliran tunak viskos melewati sebuah silinder bundar: (a) aliran dengan bilangan Reynolds rendah, (b) aliran dengan bilangan Reynolds sedang, (c) aliran dengan bilangan Reynolds besar (Pustaka 3)

Seperti pada aliran yang melewati pelat datar yang digambarkan di atas, aliran melewati sebuah benda yang tumpul (seperti silinder bundar) juga bervariasi sesuai bilangan Reynolds. Secara umum, semakin besar bilangan Reynoldsnnya, semakin kecil daerah di dalam medan aliran di mana efek viskos menjadi penting. Namun demikian untuk benda-benda yang tidak cukup streamlined, karakteristik tambahan dari aliran dapat terlihat. Hal ini disebut sebagai separasi aliran dan diilustrasikan dalam Gambar 6.6.

Aliran dengan bilangan Reynolds rendah ($Re = UD/\nu < 1$) yang melewati silinder bundar dicirikan oleh kenyataan bahwa adanya silinder dan efek viskos yang menyertainya dapat dirasakan pada bagian relatif besar dari medan aliran. Seperti ditunjukkan dalam Gambar 6.6a, untuk $Re = UD/\nu = 0,1$, efek viskos penting dalam beberapa diameter pada segala arah dari silinder. Suatu karakteristik yang mengejutkan dari aliran ini adalah bahwa garis-garis arus pada dasarnya simetris terhadap pusat silinder-pola garis arus sarna di depan dan di belakang silinder.

Dengan bilangan Reynolds yang meningkat, daerah di depan silinder di mana efek viskos penting menjadi lebih kecil, dengan daerah viskos berada hanya pada jarak yang pendek di depan silinder. Efek viskos dikonveksikan ke hilir dan aliran kehilangan kesimetrisannya. Sebuah karakteristik lain dari aliran luar menjadi penting-aliran berpisah dari benda pada lokasi separasi seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 6.6b. Dengan meningkatnya bilangan Reynolds, inersia fluida menjadi lebih penting dan di beberapa tempat pada benda, yang ditandai sebagai lokasi separasi, inersia fluida tersebut sedemikian besar sehingga tidak dapat mengikuti lintasan melengkung di sekitar bagian belakang benda. Hasilnya adalah terbentuknya suatu gelembung separasi (*separation bubble*) di belakang silinder di mana sebagian fluida sesungguhnya mengalir ke arah hulu, yang melawan arah dari aliran hulu.

Masih pada bilangan Reynolds yang besar, daerah yang dipengaruhi oleh gaya viskos terdorong ke hilir sampai hanya melibatkan sebuah lapisan batas tipis ($\delta \ll D$) di bagian depan silinder dan daerah olakan yang tak beraturan, tak tunak (mungkin turbulen) yang membentang sampai jauh ke hilir silinder. Fluida di daerah di luar lapisan batas dan daerah olakan mengalir seakan-akan fluida tersebut inviscid. Tentu saja, viskositas fluida sama seluruhnya dalam medan aliran. Apakah efek viskos tersebut penting atau tidak tergantung pada daerah mana dari aliran yang kita tinjau. Gradien kecepatan di dalam lapisan batas dan daerah olakan jauh lebih besar daripada daerah lainnya di medan aliran. Karena tegangan geser (yaitu efek viskos) adalah perkalian dari viskositas fluida dan gradien kecepatan, maka efek viskos hanya terbatas pada lapisan batas dan daerah olakan.

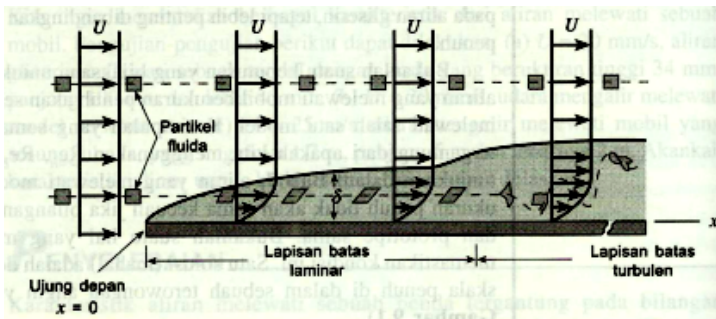
Karakteristik yang digambarkan pada Gambar 6.5 dan 6.6 untuk aliran yang melewati sebuah pelat datar dan sebuah silinder bundar masing-masing adalah contoh yang khas untuk aliran yang melewati benda streamlined dan benda tumpul. Sifat alamiah dari aliran sangat tergantung pada bilangan Reynolds. Untuk berbagai contoh yang mengilustrasikan perilaku ini.) Kebanyakan aliran yang biasa kita hadapi menyerupai aliran aliran berbilangan Reynolds besar seperti yang digambarkan dalam Gambar 6.5c dan 6.6c, dibandingkan dengan situasi aliran dengan bilangan Reynolds kecil. Pada bagian selanjutnya dari bab ini kita akan mengkaji lebih mendalam lagi gagasan-gagasan ini dan menentukan cara menghitung gaya-gaya pada benda terendam.

Seperti yang telah dibahas dalam subbab sebelumnya, seringkali kita menganggap aliran yang melewati sebuah benda sebagai sebuah kombinasi dari aliran viskos di dalam lapisan batas dan aliran inviscid di tempat lainnya. Jika bilangan Reynolds cukup besar, efek viskos penting hanya di bagian lapisan batas di dekat benda (dan di

daerah olakan di belakang benda). Lapisan batas diperlukan untuk memungkinkan kondisi batas tanpa slip yang mensyaratkan fluida untuk menempel pada suatu permukaan padat yang dilewati alirannya. Di luar lapisan batas, gradien kecepatan tegak lurus terhadap aliran relatif kecil, dan fluida berperilaku seakan-akan inviscid, meskipun viskositasnya tidak nol. Kondisi yang diperlukan untuk struktur aliran ini adalah bilangan Reynolds yang besar.

6.5 Struktur dan Ketebalan Lapisan Batas pada Sebuah Plat Datar

Terdapat banyak ragam ukuran sebuah lapisan batas dan struktur dari aliran di dalamnya. Sebagian dari variasi ini disebabkan oleh bentuk benda di mana lapisan batas tersebut terbentuk. Dalam subbab ini kita akan meninjau situasi yang paling sederhana, yaitu situasi di mana lapisan batas terbentuk pada sebuah pelat datar dengan panjang tak terhingga yang di sepanjangnya mengalir suatu fluida viskos, tak mampu-marnpat seperti yang ditunjukkan dalam gambar 6.7. Jika permukaannya melengkung (rnisalnya sebuah silinder bundar atau airfoil), struktur lapisan batas akan lebih rumit.



Gambar 6.7 Distorsi dari partikel fluida ketika mengalir di dalam lapisan batas (Pustaka 3)

Jika bilangan Reynolds cukup besar, hanya fluida di dalam lapisan batas relatif tipis pada pelat yang akan merasakan efek dari pelat. Artinya, kecuali di daerah dekat pelat, kecepatan aliran pada dasarnya akan sebesar $V = U_i$, yaitu kecepatan hulu. Untuk pelat datar dengan panjang tak terhingga yang membentang dari $x = 0$ sampai $x = \infty$ tidaklah jelas bagaimana mendefinisikan bilangan Reynolds karena tidak ada panjang karakteristik. Pelat tidak memiliki ketebalan dan panjangnya tidak terbatas.

Untuk pelat dengan panjang tertentu, jelas bahwa panjang pelat l , dapat digunakan sebagai panjang karakteristik. Untuk pelat dengan panjang tak terhingga, kita menggunakan x , jarak koordinat sepanjang pelat dari ujung depan, sebagai panjang karakteristik dan mendefinisikan bilangan Reynolds sebagai $Re_x = U_x/\nu$. Jadi, untuk fluida atau kecepatan hulu apapun, bilangan Reynolds akan cukup besar untuk aliran tipe lapisan batas (yaitu Gambar 6.5c) jika pelat cukup panjang. Secara fisik, hal ini berarti bahwa situasi aliran yang diilustrasikan dalam Gambar 6.5c dapat dianggap terjadi pada pelat yang sama, tetapi harus dipandang dengan melihat pada bagian yang lebih panjang dari pelat dengan menjauhi pelat untuk melihat aliran dalam Gambar 6.5a, 6.5b dan 6.5c.

Jika pelat cukup panjang, bilangan Reynolds $Re = Ul/\nu$ juga cukup besar sehingga aliran tersebut menyerupai karakteristik lapisan batasnya (kecuali sangat dekat dengan ujung depan). Perincian dari medan aliran di dekat ujung depan hilang dari pengamatan kita, karena kita berdiri sangat jauh dari pelat sehingga kita tidak dapat membuat perineian ini. Untuk skala ini (Gambar 6.5c) pelat mempunyai efek yang dapat diabaikan pada fluida di depan pelat. Keberadaan pelat dirasakan hanya di dalam lapisan batas yang relatif tipis dan di daerah olakan. Seperti yang dijelaskan sebelumnya, Prandtl pada tahun 1904 adalah orang yang pertama kalinya menghipotesiskan

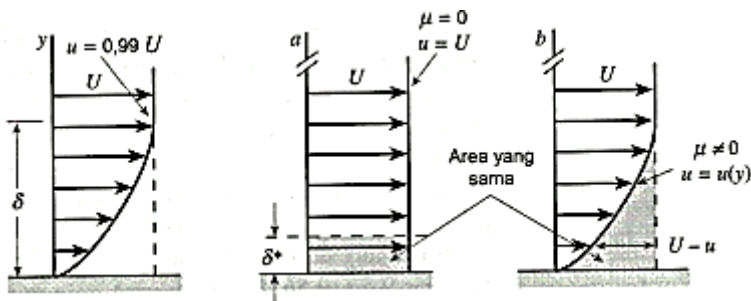
konsep seperti itu. Hal ini menjadi salah satu titik balik yang besar dalam analisis mekanika fluida.

Suatu pemahaman yang lebih baik dari struktur aliran lapisan batas dapat diperoleh dengan meninjau apa yang terjadi pada sebuah partikel fluida yang mengalir ke dalam lapisan batas. Seperti ditunjukkan dalam Gambar 6.7, sebuah partikel segiempat kecil mempertahankan bentuk aslinya ketika mengalir di dalam aliran seragam di luar lapisan batas. Ketika partikel itu memasuki lapisan batas, partikel tersebut mulai terdistorsi karena gradien kecepatan di dalam lapisan batas-bagian atas partikel mempunyai kecepatan yang lebih besar daripada bagian bawahnya. Partikel fluida tidak berotasi ketika mengalir sepanjang bagian luar lapisan batas, namun akan mulai berotasi ketika melewati batas semu permukaan lapisan batas dan mulai memasuki kawasan aliran viskos. Aliran tersebut dikatakan tak berotasi (irrotasional) di luar lapisan batas dan berotasi (rotasional) di dalam lapisan batas. (Dalam terminologi kinematika partikel fluida, aliran di luar lapisan batas memiliki vortisitas nol, dan aliran di dalam lapisan batas mempunyai vortisitas tidak nol.)

Pada suatu jarak di hilir dari ujung depan, aliran lapisan batas menjadi turbulen dan partikel fluida menjadi sangat terdistorsi karena sifat acak dan tak beraturannya turbulensi. Salah satu sifat yang menirikan aliran turbulen adalah terjadinya pereampuran tak beraturan dari parsel-parcel fluida yang ukurannya berkisar mulai dari partikel-partikel fluida paling kecil sampai yang seukuran dengan benda yang dibahas. Untuk aliran laminar, pereampuran terjadi hanya pada skala molekuler. Skala molekuler ini besarnya lebih kecil daripada ukuran yang khas untuk pereampuran aliran turbulen. Transisi dari aliran laminar ke turbulen terjadi pada nilai kritis bilangan Reynolds, Re_{cr} sekitar 2×10^5 sampai 3×10^6 , tergantung pada kekasaran permukaan dan besarnya turbulensi pada aliran hulu.

Tujuan dari lapisan batas pada pelat adalah untuk memungkinkan fluida berubah kekepatannya dari nilai V di hulu menjadi nol pada pelat. Jadi $V = 0$ pada $y = 0$ dan $V \approx U_i$ pada $y = \delta$, dengan profil kecepatan, $u = u(x,y)$ sepanjang ketebalan lapisan batas. Dalam kenyataannya (baik secara matematik dan fisika, tidak terdapat “tepi-an” yang tajam dari lapisan batas. Artinya $u \rightarrow U$ ketika kita semakin jauh dari pelat; tidaklah tepat benar $u = U$ pada $y = 0$. Kita mendefinisikan ketebalan lapisan batas, δ , sebagai jarak dari pelat di mana kecepatan fluida telah mencapai suatu nilai sembarang yang tertentu dibandingkan kecepatan hulunya. Biasanya, sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 6.8a ditetapkan

$$\delta^* = y \text{ di mana } u = 0,99 U$$



Gambar 6.8 Ketebalan lapisan batas (a) Ketebalan lapisan batas standar, (b) ketebalan perpindahan lapisan batas

Untuk menghilangkan ketidakpastian dalam penentuan tersebut (apa istimewanya 99%, mengapa tidak 98%?), definisi-definisi berikut diperkenalkan. Ditunjukkan dalam Gambar 6.8b dua profil kecepatan untuk aliran yang melewati sebuah pelat datar-yang satu adalah jika tidak terdapat viskositas (sebuah profil seragam) dan yang lainnya adalah jika terdapat viskositas dan tidak ada slip pada dinding (profil lapisan batas). Karena berkurangnya ke cepatan sebe-

sar $U-u$ di dalam lapisan batas, laju aliran melintasi $b-b$ kurang dari yang melintasi bagian $a-a$. Namun demikian, jika kita memindahkan pelat pada bagian $a-a$ dengan besar yang tepat δ^* , yang disebut sebagai ketebalan perpindahan lapisan batas, laju aliran di setiap bagian akan sarna. Hal ini akan berlaku jika

$$\delta * bU = \int_0^{\infty} (U - u)b \, dy$$

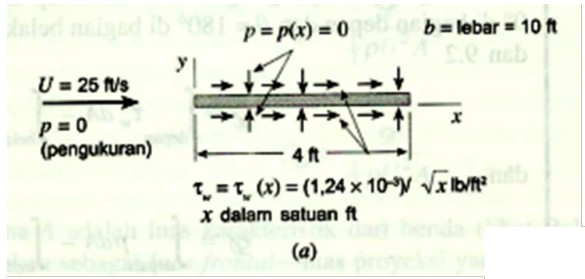
di mana b adalah lebar pelat. Jadi,

$$\delta * bU = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (a)$$

Ketebalan perpindahan ini menyatakan besarnya ketebalan dari bendz yang harus ditingkatkan sehingga aliran inviscid seragam semu memilik; sifat laju aliran massa yang sarna seperti aliran viskos aktual. Ketebalan in; juga menyatakan perpindahan ke arah luar dad garis-garis arus yang di sebabkan oleh efek viskos pada pelat. Gagasan ini memungkinkan kita men simulasikan kehadiran dari lapisan batas pada aliran di luar lapisan bata; dengan menambahkan ketebalan perpindahan pada dinding aktual dan mem perlakukan aliran di atas benda yang bertambah tebal tersebut sebagai seb aliran inviscid.

6.6 Soal-Soal dan Penyelesaiannya

6.6.1 Udara pada kondisi standar rnengalir rnelewati sebuah pelat datar seperti yang ditunjukkan dalam Gambar (a) berikut ini. Pada kasus (a) pelat sejajar dengan aliran hulu, dan (b) pelat tegak lurus aliran hulu. Jika distribusi tekanan dan tegangan geser pada perrnukaan benda seperti yang ditunjukkan (diperoleh baik dengan eksperirnen atau secara teori), tentukan lift dan drag pada pelat.



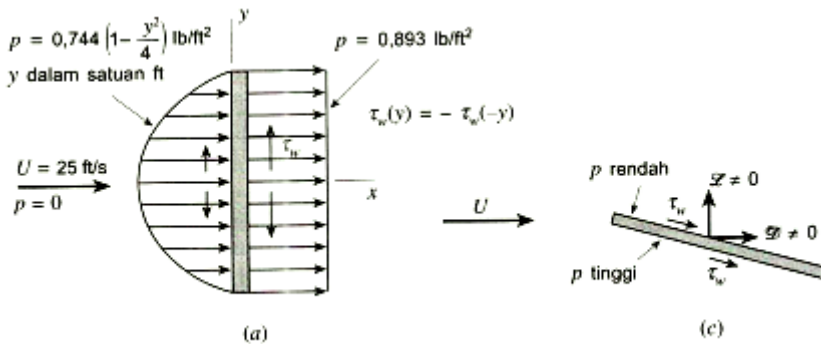
Penyelesaian

Untuk masing-masing arah orientasi pelat, lift dan drag diperoleh dari Persamaan di atas. Dengan pelat sejajar terhadap arus hulu, kita dapatkan $\theta = 90^\circ$ pada permukaan atas dan $\theta = 270^\circ$ pada permukaan bawah sehingga lift dan drag diberikan oleh

$$\mathcal{L} = - \int_{\text{atas}} p \, dA + \int_{\text{bawah}} p \, dA = 0$$

dan

$$\mathcal{D} = \int_{\text{atas}} \tau_w \, dA + \int_{\text{bawah}} \tau_w \, dA = 2 \int_{\text{atas}} \tau_w \, dA$$



di mana kita telah menggunakan fakta bahwa karena kesimetrisan, distribusi tegangan geser sama pada permukaan atas dan permukaan bawah, demikian juga tekanannya [baik jika kita gu-

nakan tekanan pengukuran ($p = 0$) atau tekanan mutlak ($p = P_{\text{atm}}$) Tidak terdapat lift yang dihasilkan-pelat tersebut tidak naik atau turun. Dengan distribusi tegangan geser yang diberikan, Persamaan 1 menjadi

$$\mathcal{D} = 2 \int_{x=0}^{4 \text{ ft}} \left(\frac{1,24 \times 10^{-3}}{x^{1/2}} \text{ lb/ft}^2 \right) (10 \text{ ft}) dx$$

dan

$$\mathcal{D} = 0,0992 \text{ lb}$$

(Jawaban)

Jelas bahwa terdapat dua mekanisme yang bertanggung jawab terhadap drag. Untuk benda yang sangat *streamlined* (pelat datar dengan ketebalan nol sejajar dengan aliran) drag seluruhnya disebabkan oleh gaya geser pada permukaan, dan dalam contoh ini, relatif kecil. Untuk benda yang sangat tumpul (sebuah pelat datar yang tegak lurus terhadap aliran hulu), *drag* seluruhnya disebabkan oleh perbedaan tekanan antara bagian depan dan belakang dari benda, dan dalam contoh ini, relatif besar.

Jika pelat datar tersebut diarahkan pada suatu sudut sembarang relatif terhadap aliran hulu, akan terdapat lift dan *drag*, yang masing-masingnya akan tergantung pada tegangan geser dan tekanan. Distribusi tekanan dan tegangan geser sama-sama akan berbeda untuk permukaan atas dan bawah.

6.6.2 Udara pada temperatur 30 °C mengalir di sepanjang pelat datar yang panjangnya 4 m dan lebarnya 2 m dengan kecepatan 2 m/s dan $dp/dx = 0$. Di ujung belakang pelat, estimasikanlah (a) tegangan geser dinding, (b) nilai maksimum v di dalam lapisan batas, dan (c) laju aliran melalui lapisan batas. Asumsikan aliran laminar di seluruh panjang pelat.

Penyelesaian:

Bilangan Reynolds-nya adalah $Re = U_{\infty} L/\nu = 2 \times 4/1.6 \times 10^{-5} = 5 \times 10^5$ Jadi aliran laminar dapat diterima.

(a) Tegangan geser dinding (ini membutuhkan F'''' di dinding) di $x = 4$ m adalah

$$\begin{aligned}\tau_o &= 0.332 \rho U_{\infty} \sqrt{\frac{\nu U}{x}} \\ &= 0.332 \times 1.164 \times 2 \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-5} \times 2}{4}} \\ &= 0.00219 \text{ Pa}\end{aligned}$$

(b) Nilai maksimum ν memerlukan penggunaan $(\eta F'''' - F)$. Nilai maksimumnya terjadi di tepi luar lapisan batas dan adalah 0.860. Nilai maksimum ν adalah;

$$\nu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U}{x}} (\eta F'''' - F) = 12 \times \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-5} \times 2}{4}} \times 0.860 = 0.0012 \text{ m/s}$$

Perhatikan nilai ν yang kecil dibandingkan dengan $U = 2$ m/s:

(c) Untuk memperoleh laju aliran melalui lapisan batas, integralkan $u(y)$ di $x = 4$ m

$$\begin{aligned}Q &= \int_0^{\delta} u \times 2 dy = \int_0^5 U \frac{dF}{d\eta} \times 2 \times \sqrt{\frac{\nu x}{U}} d\eta \\ &= 2 \times 2 \times \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-5} \times 4}{2}} \int_0^{3.283} dF = 0.0743 \text{ m}^3/\text{s}\end{aligned}$$

6.6.3 Sebuah bola berdiameter 20-cm dengan gravitasi jenis $S = 1.06$ dijatuhkan ke dalam air yang temperaturnya 20oC. Estimasilah kecepatan terminalnya jika bola tersebut (a) halus dan (b) kasar.

Penyelesaian:

Pada kecepatan terminalnya bola tidak akan mengalami percepatan lagi. Jadi gaya-gayanya, termasuk gaya apung, dijumlahkan sebagai berikut;

$$W = FD + FB$$
$$\gamma_{bola} \times volume = C_D \times \frac{1}{2} \rho A V^2 + \gamma_{air} \times volume$$

Dengan menggunakan $\gamma_{bola} = S_{bola} \gamma_{air}$ diperoleh hasil

$$C_D \times \frac{\gamma_{air}}{2g} \times \pi R^2 \times V^2 = S - 1 \gamma_{air} \times \frac{4}{3} \pi R^3$$

Substitusi nilai yang diketahui

$$V = \left(\frac{8R(S-1)g}{3C_D} \right)^{1/2} = \left(\frac{8 \times 0.1 \times (1.06 - 1) \times 9.81}{3C_D} \right)^{1/2} = \frac{0.396}{\sqrt{C_D}}$$

Untuk bola halus, pada $2 \times 10^4 < Re < 2 \times 10^5$ kita mengasumsikan $C_D = 0.6$. kemudian

$$V = \frac{0.396}{\sqrt{0.6}} = 0.511 \text{ m/s dan}$$
$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0.511 \times 0.2}{10^{-6}} = 1.02 \times 10^5$$

Jadi, kecepatan terminalnya sebesar 0.511 m/s diperkirakan terjadi.

Untuk bola kasar, pada $Re \cong 10^5$ kita menggunakan $C_D \cong 0.3$. Maka,

$$V = \frac{0.396}{\sqrt{0.3}} = 0.723 \text{ m/s dan}$$
$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0.723 \times 0.2}{10^{-6}} = 1.4 \times 10^5$$

Ini cukup dengan $C_D = 0.3$ jadi merupakan aproksimasi untuk kecepatannya, hampir 50 persen lebih besar daripada kecepatan untuk bola halus. Sebuah bola golf diberikan kekasaran untuk tujuan ini: kecepatan yang lebih tinggi di sepanjang trayektorinya menghasilkan jarak terbang yang lebih jauh.

6.6.4 Hitunglah kebutuhan daya untuk menggerakkan silinder bulat halus yang memiliki diameter 10 cm dan panjang 10 m, yang menonjol ke arah vertikal dari dek sebuah kapal pada kecepatan 30 knot (15.4 m/s). Selanjutnya silinder streamline diperhatikan dan hitung lagi dayanya.

Penyelesaian:

Pertama-tama, tentukan bilangan Reynolds-nya. Nilainya adalah

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{15.4 \times 0.11}{1.6 \times 10^{-5}} = 9.6 \times 10^4$$

Koefisien hambatan diperoleh sebesar

$$C_D \cong 1.2 \times 0.85 = 1.02$$

Jadi dayanya adalah

$$\begin{aligned} W &= F_D \times V = \frac{1}{2} C_D V^3 A_{\text{proyeksi}} \\ &= \frac{1}{2} \times 1.02 \times 1.2 \times 15.4^3 \times \pi \times 0.1 \times 10 = 7020 \text{ W} \end{aligned}$$

Untuk silinder streamline, koefisien hambatan berkurang menjadi

$$C_D \cong 0.06 \times 0.85 = 0.051$$

Dan dayanya menjadi

$$\begin{aligned} W &= FDxV = \frac{1}{2} C_D V^3 A_{\text{proyeksi}} \\ &= \frac{1}{2} \times 0.051 \times 1.2 \times 15.4^3 \times 0.1 \times 10 = 350 \text{ W} \end{aligned}$$

Pengaruh streamlining adalah pengurangan koefisien hambatan secara signifikan.

6.6.5 Estimasikan gaya hambat di satu sisi pelat (a) Anggap aliran turbulen dari tepi depan. (b) memasukkan bagian laminar dari lapisan batas.

Penyelesaian:

Anggap aliran turbulen dari tepi depan, ketebalan lapisan batas setelah 4 m dapat menggunakan Persamaan

$$\delta = 0.38 \times \left(\frac{v}{Ux} \right)^{1/5} = 0.38 \times 4 \times \left(\frac{1.51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{0.2} = 0.0789 \text{ m}$$

Jadi gaya hambat di satu sisi adalah

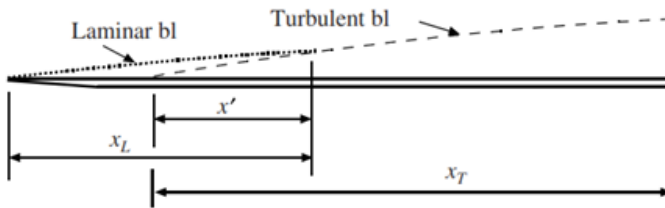
$$\frac{1}{2} C_{f\rho} U_{\infty}^2 L_W = \frac{0.073}{2} \left(\frac{1.51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{1.5} \times 1.2 \times 10^2 \times 4 \times 2 = 1.82 \text{ N}$$

Periksa bilangan Reynolds-nya:

$$\text{Re} = 10 \times 4 = 1.51 \times 10^{-5} = 2.65 \times 10^6$$

Pertama-tama, sketsa lapisan batas dengan jarak-jaraknya ditunjukkan dalam Gambar berikut ini. Panjang lapisan batas laminar diperoleh dengan menggunakan $\text{Re}_{\text{crit}} = 5 \times 10^5$:

$$x_L = \frac{\text{Re} \times v}{U} = 5 \times 10^5 \times 1.51 \times 10^{-5} = 0.755 \text{ m}$$



Ketebalan lapisan batas laminar di x_L adalah,

$$\delta = 5\sqrt{\frac{xv}{U_\infty}} = 5\sqrt{\frac{0.755 \times 1.51 \times 10^{-5}}{10}} = 0.00534 \text{ m}$$

Lokasi titik awal fiktif dari lapisan batas turbulen diperoleh dengan menghitung x' dalam Gambar di atas. Ini diperoleh dengan menggunakan Persamaan

$$x'^{4/5} = \frac{\delta}{0.38} \left(\frac{U_\infty}{v} \right)^{1/5} = \frac{0.00534}{0.38} \left(\frac{10}{1.51 \times 10^{-5}} \right)^{1/5} \quad \therefore x' = 0.205 \text{ m}$$

Jadi jarak x_T adalah $x_T = L - x_L + x' = 4 - 0.755 + 0.205 = 3.45 \text{ m}$. Ketebalan lapisan batas di ujung pelat adalah

$$\delta = 0.38 \times \left(\frac{v}{U_\infty x} \right)^{1/5} = 0.38 \times 3.45 \times \left(\frac{1.51 \times 10^{-5}}{10 \times 3.45} \right)^{0.2} = 0.070 \text{ m}$$

Gaya hambat diperoleh melalui Persamaan

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} C_{f\rho} U_\infty^2 L_w &= \frac{1}{2} \left[0.073 \left(\frac{v}{U_\infty L} \right)^{1/5} - 1700 \frac{v}{U_\infty L} \right] \rho U_\infty^2 L_w \\ &= \left[\frac{0.073}{2} \left(\frac{1.51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right)^{0.2} - \frac{1700}{2} \frac{1.51 \times 10^{-5}}{10 \times 4} \right] \times 1.2 \times 10^2 \times 4 \times 2 \\ &= 1.51 \text{ N} \end{aligned}$$

Gaya hambat dalam (a) sekitar 20 persen terlalu tinggi. Bagian laminar yang memiliki tegangan geser yang lebih kecil mengurangi gaya hambat keseluruhan untuk jarak yang pendek.

6.7 Soal-Soal Tambahan

- 6.7.1** Kita ingin menentukan berbagai karakteristik dari aliran melewati sebuah mobil. Pengujian-pengujian berikut dapat dilakukan: (a) $U = 20$ mm/s, aliran gliserin melewati sebuah model dengan skala yang berukuran tinggi 34 mm, panjang 100 mm dan lebar 40 mm, (b) $U = 20$ mm/s, udara mengalir melewati model tersebut atau (c) $U = 25$ m/s udara mengalir melewati mobil yang sesungguhnya, yang tingginya 1,7 m, panjang 5 m dan lebarnya 2 m. Akankah karakteristik aliran untuk ketiga situasi ini serupa? Jelaskan
- 6.7.2** Udara yang mengalir ke dalam sebuah saluran duct bujur sangkar bersisi 2-ft dengan kecepatan seragam sebesar 10 ft/s membentuk sebuah lapisan batas pada dinding. Fluida di dalam daerah inti (di luar lapisan batas) mengalir seakan-akan fluida tersebut inviscid. Dari perhitungan tingkat lanjut, ditentukan bahwa untuk aliran ini ketebalan perpindahan lapisan batas diberikan oleh

$$\delta^* = 0,0070(x)^{1/2}$$

di mana δ^* dan x dalam satuan feet. Tentukan kecepatan $U = U(x)$ dari udara di dalam saluran tetapi di luar lapisan batas.

- 6.7.3** Angin bertiup paralel terhadap sisi panjang sebuah gedung besar yang memiliki atap datar. Buatlah sketsa aliran yang terlihat jika memandang ke gedung dari atas dan dari samping. Tunjukkan daerah-daerah separasi dan titik-titik lekat kembali (*reattachment*) yang diperkirakan terjadi.
- 6.7.4** Sebuah truk memiliki sebuah deflektor angin di atas traktornya dan sebuah lagi tidak. Buatlah sketsa tampak samping dari aliran udara untuk kedua truk tersebut dengan menun-

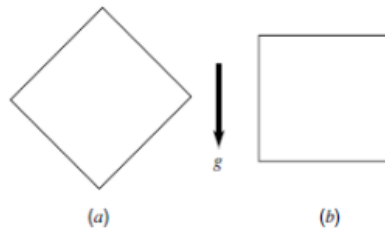
jukkan daerah-daerah separasi, lapisan-lapisan batas, titik-titik *reattachment* dan *wake* yang diperkirakan terjadi.

- 6.7.5** Udara atmosfer pada $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ mengalir pada 10 m/s . Hitunglah gaya hambat pada (a) bola halus berdiameter 10 cm , (b) silinder halus dengan diameter 10 cm dan panjang 80 cm yang ujung-ujungnya terlepas, (c) piringan berdiameter 10 cm dan (d) pelat segiempat dengan lebar 10 cm dan panjang 20 cm . Vektor kecepatannya tegak lurus terhadap semua objek.
- 6.7.6** Seorang pengendara sepeda mengeluarkan sejumlah energi untuk melaju 12 m/s dalam posisi tegak. Berapa cepatkah pengendara melaju dengan jumlah pengeluaran energi yang sama jika ia memilih posisi membungkuk? Asumsikan bahwa luas proyeksi dari si pengendara berkurang 25 persen dalam posisi membungkuk.
- 6.7.7** Sebuah pesawat terbang 2000 kg dirancang untuk mengangkat 4000 N muatan pada saat menjelajah di dekat permukaan laut. Untuk airfoil konvensional dengan luas sayap efektif 25 m^2 , estimasikanlah kecepatan lepas landas untuk sudut serang 10° , kecepatan *stall* dan daya yang dibutuhkan (airfoil memiliki kontribusi 40% dari gaya hambat) untuk kecepatan jelajah 80 m/s pada ketinggian 2000 m .
- 6.7.8** Estimasikanlah kecepatan lepas landas untuk sebuah pesawat terbang dengan airfoil konvensional jika pesawat dengan muatannya memiliki berat $120\ 000\text{ N}$ dan luas sayap efektifnya adalah 20 m^2 dengan mengasumsikan temperatur (a) 30°C , (b) 10°C dan (c) -20°C . Diinginkan sudut serang sebesar 8° pada saat lepas landas.
- 6.7.9** Sebuah bola sepak yang sesuai peraturan berdiameter $6,78\text{ in}$ dan beratnya $0,91\text{ lb}$. Jika koefisien dragnya adalah $C_D =$

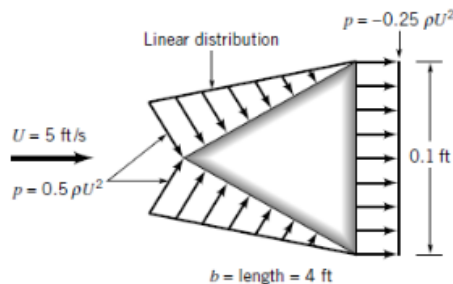
0,2, tentukan perlambatannya jika kecepatannya adalah 20 ft/s pada bagian puncak lintasannya.

6.7.10 Sebuah pesawat terbang ringan mempunyai luas sayap 200 ft² dan berat 2000 lb serta koefisien lift 0,4 dan koefisien drag 0,05. Tentukan daya yang diperlukan untuk mempertahankan ketinggian terbangnya.

6.7.11 Sebuah kubus dengan berat 500 N dengan gravitasi jenis $SG = 1,8$ jatuh melewati air dengan kecepatan konstan U . Tentukan U jika kubus jatuh (a) dengan arah seperti Gambar (a) dan (b) dengan arah seperti Gambar (b) berikut ini.



6.7.12 Asumsikan air yang mengalir melewati balok segitiga sama sisi seperti yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini, menghasilkan distribusi tekanan seperti yang ditunjukkan. Tentukan lift dan drag pada balok dan koefisien lift dan drag yang berkaitan (berdasarkan luas frontal). Abaikan gaya geser.



Bab VII

Aliran Kompresibel

7.1 Pendahuluan

Aliran kompresibel terjadi ketika suatu gas mengalami perubahan massa jenis yang signifikan di antara dua titik pada suatu garis aliran. Tidak semua aliran gas merupakan aliran kompresibel, hanya yang memiliki perubahan massa jenis yang signifikan.

Dalam bab ini, muncul sebuah variabel baru, yaitu kerapatan, dan tersedia sebuah persamaan tambahan, yaitu persamaan keadaan, yang menghubungkan tekanan dan kerapatan. Persamaan-persamaan yang lain – kontinuitas, momentum dan hukum pertama serta hukum kedua dari termodinamika – juga diperlukan dalam analisis situasi aliran kompresibel. Dibahas pokok-pokok pembicaraan mengenai aliran satu dimensi stedi (ajeg) suatu gas sempurna. Pendekatan satu dimensi terbatas penerapannya pada situasi yang kecepatan serta kerapatannya dianggap konstan pada setiap penampang. Bila perubahan kerapatan terjadi secara berangsur-angsur dan besarnya tidak lebih daripada beberapa persen, maka

alirannya dapat diperlakukan sebagai aliran kompresibel dengan kerapatan rata-rata.

7.2 Hubungan-Hubungan Gas Sempurna

Gas sempurna telah didefinisikan sebagai suatu fluida yang mempunyai panas-panas jenis yang konstan dan memenuhi hukum.

$$p = \rho RT \quad (7.2.1)$$

dimana p adalah tekanan mutlak, T suhu mutlak, ρ kerapatan, dan R konstanta gas. Dalam paragraph ini didefinisikan panas-panas jenis, diperkenalkan perbandingan panas jenis yang kemudian dihubungkan dengan panas-panas jenis serta konstanta gas, energi dalam serta entalpi dihubungkan dengan suhu, ditetapkan hubungan-hubungan entropi, dan diperkenalkan proses isentropic dan proses politropik mampubalik.

Pada umumnya, panas jenis pada volume konstan c_v berdefinisi

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (7.2.2)$$

Dimana u ialah energi-dalam permassa satuan. Dengan kata-kata, c_v adalah jumlah pertambahan energi dalam yang diperlukan oleh satu massa satuan gas untuk menaikkan suhunya dengan satu derajat bila volumenya ditahan konstan. Dalam teori termodinamika dibuktikan bahwa bagi gas sempurna u merupakan fungsi suhu saja.

Panas jenis c_p pada tekanan konstan berdefinisi

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (7.2.3)$$

Dimana h ialah entalpi per massa satuan yang diberikan oleh $h = u + p/\rho$. Karena p/ρ sama dengan RT dan bagi gas sempurna u adalah fungsi suhu saja, maka h bergantung hanya pada suhu. Banyak gas-gas yang lazim dijumpai, seperti uap air, hidrogen, oksigen, karbon monoksida, dan udara, mempunyai perubahan panas-panas jenis yang agak kecil dalam daerah suhu 500 sampai 1000 OR, dan kita mempergunakan suatu harga antara bila memandang gas-gas tersebut sebagai gas sempurna. Dalam Tabel C.3 dari Lampiran C tertera beberapa gas yang lazim dijumpai beserta nilai panas-panas jenisnya pada 800F.

Bagi gas sempurna Pers. (7.2.2) menjadi:

$$du = c_v dT \quad (7.2.4)$$

dan Pers. (7.2.3) menjadi:

$$dh = c_p dT \quad (7.2.5)$$

Maka, dari

$$h = u + \frac{p}{\rho} = u + RT$$

dengan diferensiasi diperoleh

$$dh = du + R dT$$

dan dengan memasukkan Pers. (7.2.4) serta (7.2.5) kita akan memperoleh

$$c_p = c_v + R \quad (7.2.6)$$

Yang berlaku untuk setiap gas yang memenuhi Pers. (7.2.1) (walaupun c_p dan c_v berubah bersama suhu). Jika c_p dan c_v diberikan

dalam satuan panas permassa satuan, yakni joule perkilogram per Kelvin atau Btu per slug per derajat Rankine, maka R harus mempunyai satuan yang sama. Faktor konversinya ialah $1 \text{ Btu} = 778 \text{ ft.lb}$.

Perbandingan panas jenis k didefinisikan sebagai perbandingan:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (7.2.7)$$

Dengan menyelesaikannya bersama Pers. (7.2.6) kita mendapat

$$c_p = \frac{k}{k-1} R c_v = \frac{R}{k-1} \quad (7.2.8)$$

Hubungan-Hubungan Entropi

Hukum pertama termodinamika untuk suatu system menyatakan bahwa panas yang ditambahkan kepada suatu sistem sama dengan kerja yang dilakukan oleh sistem itu ditambah pertambahan energi-dalam. Sebagai fungsi entropi s persamaannya berbentuk

$$Tds = du + pd\frac{1}{\rho}$$

yang merupakan hubungan antara sifat-sifat termodinamika dan harus berlaku untuk semua zat murni.

Perubahan energi-dalam untuk gas sempurna adalah

$$u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1) \quad (7.2.9)$$

Dan perubahan entalpinya adalah:

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad (7.2.10)$$

Perubahan entropi

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} d \frac{1}{\rho} = c_v \frac{dT}{T} + R\rho d \frac{1}{\rho} \quad (7.2.11)$$

dapat diperoleh dari Pers. (7.2.4) dan (7.2.1), setelah integrasi

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (7.2.12)$$

Dengan menggunakan Pers. (7.2.8) dan (7.2.1), Pers. (7.2.12) menjadi

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{k-1} \right] \quad (7.2.13)$$

atau

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left[\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^k \right] \quad (7.2.14)$$

dan

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1-k} \right] \quad (7.2.15)$$

Persamaan-persamaan ini merupakan bentuk-bentuk hukum kedua dari termodinamika.

Jika prosesnya mampubalik, $ds = dq_H/T$, atau $T ds = dq_H$; selanjutnya, jika prosesnya juga adiabatic, $dq_H = 0$. Jadi untuk proses adiabatic mampubalik $ds = 0$. Atau $s = \text{konstan}$; proses adiabatik mampubalik karena itu isentropik. Maka, Pers. (7.2.14) untuk $s_2 = s_1$.

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} \quad (7.2.16)$$

Persamaan (7.2.16) yang digabungkan dengan hukum gas umum memberikan

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{k-1} \quad (7.2.17)$$

Perubahan entalpi untuk proses isentropik adalah

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \quad (7.2.18)$$

Proses politropik berdefinisi

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{konst} \quad (7.2.19)$$

Dan merupakan pendekatan (aproksimasi) terhadap proses nyata di mana p pada pokoknya akan mempunyai hubungan grafik terhadap ρ yang pada pokoknya berbentuk garis lurus pada kertas log-log. Hubungan ini seringkali digunakan untuk menghitung kerja bila proses politropiknya mampubalik, dengan memasukkannya ke dalam hubungan $W = \int p d^\circ V$. Dalam proses politropik mampubalik terjadi perpindahan panas kecuali bila $n = k$, yaitu ikhwal isentropic.

7.3 Kecepatan Gelombang Suara dan Bilangan Mach

Kecepatan suatu gangguan kecil di dalam conduit dapat ditentukan dengan menerapkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas. Terlebih dahulu kita apakah suatu perubahan kecil kecepatan, tekanan, dan kerapatan yang stasioner dapat terjadi di dalam saluran. Dengan menunjuk Gambar 7.1 persamaan kontinuitas dapat ditulis

$$\rho VA = (\rho + d\rho) (V + dV) A$$

di mana A ialah luas penampang saluran. Persamaan ini dapat disederhanakan menjadi

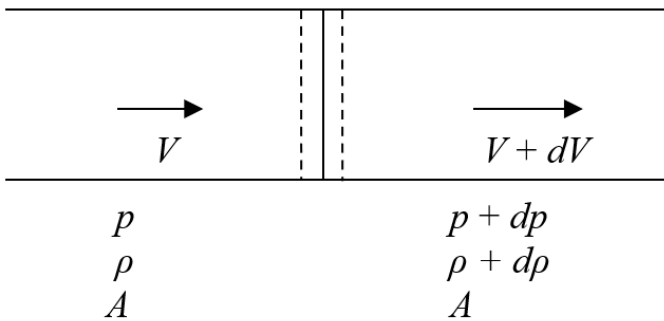
$$\rho dV + V d\rho = 0$$

Bila persamaan momentum diterapkan pada volume kendali di dalam garis putus-putus,

$$pA - (p + dp) A = \rho VA (V + dV - V) \text{ atau } dp = -\rho V dV$$

jika ρdV dilenyapkan diantara kedua persamaan tersebut, maka

$$V^2 = \frac{dp}{d\rho} \tag{7.3.1}$$



Gambar 7.1 Aliran stedi (ajeg) didalam saluran prismatik dengan perubahan kecil kecepatan, tekanan, dan kerapatan yang mendadak (Pustaka 2)

suatu gangguan kecil atau perubahan mendadak yang kecil dalam kondisi-kondisi di dalam aliran stedi (ajeg) hanya dapat terjadi bila di dalam conduit terdapat kecepatan khusus $V = \sqrt{dp/d\rho}$. Kini hal ini, dapat diubah menjadi aliran taksedi (takajeg), suatu gangguan kecil melalui fluida yang diam dengan mensuperposisikan kecepatan V ke kiri pada seluruh sistem beserta lingkungannya, kerana hal ini sama sekali tidak mempengaruhi dinamika sistem. Kecepatan ini disebut kecepatan suara c di dalam medium yang bersangkutan. Gangguan dari suatu sumber yang berbentuk titik akan mengakibatkan dipancarkannya gelombang bola, tetapi setelah suatu jarak dari sumber muka-gelombangnya akan line-

ar atau berdimensi satu. Gangguan yang besar, misalnya ledakan bom, dapat melintas lebih cepat daripada kecepatan suara. Persamaan untuk kecepatan suara.

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (7.3.2)$$

dapat dinyatakan dalam beberapa bentuk yang bermanfaat. Kita dapat memunculkan modulus elastisitas curahan

$$K = -\frac{dp}{d\mathcal{V}/\mathcal{V}}$$

Di mana \mathcal{V} ialah volume fluida yang mengalami perubahan tekanan dp . Karena

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = \frac{dv_s}{v_s} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

K dapat dinyatakan sebagai

$$K = \frac{\rho dp}{d\rho}$$

Maka, dari Pers. (7.3.2),

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (7.3.3)$$

Persamaan ini berlaku untuk cairan maupun gas.

Karena perubahan tekanan dan perubahan suhu yang disebabkan oleh melintasnya gelombang suara adalah amat sangat kecil, maka prosesnya hampir mampubalik. Juga, proses melintasnya gelombang tersebut yang relatif cepat, bersama perubahan suhu yang kecil sekali, membuat prosesnya hampir adiabatic. Dalam limitnya, proses tersebut dapat dianggap isentropik,

$$\rho p - k = konst \qquad \frac{dp}{d\rho} = \frac{kp}{\rho}$$

dan

$$c = \sqrt{\frac{Kp}{\rho}} \qquad (7.3.4)$$

atau, dari hukum gas sempurna $p = \rho R T$,

$$c = \sqrt{kRT} \quad (7.3.5)$$

yang menunjukkan bahwa kecepatan suara dalam gas sempurna merupakan fungsi suhu mutlak saja. Dalam aliran gas melalui conduit, pada umumnya kecepatan suara berubah dari satu penampang ke penampang lainnya dengan berubahnya suhu yang disebabkan oleh perubahan kerapatan serta akibat gesekan. Dalam aliran isothermal kecepatan suara tetap konstan.

Bilangan Mach telah didefinisikan sebagai perbandingan kecepatan fluida terhadap kecepatan suara local (setempat) di dalam medium tersebut.

$$M = \frac{V}{c} \qquad (7.3.6)$$

Pengkuadratan bilangan Mach menghasilkan V^2/c^2 , yang dapat ditafsirkan sebagai perbandingan energy kinetik fluida terhadap energy termalnya, karena energy kinetik sebanding dengan V^2 dan energy termal sebanding dengan T . Bilangan Mach merupakan ukuran pentingnya arti kemampumampatan. Dalam fluida takmampumampat K tak hingga sehingga $M = 0$. Untuk gas sempurna

$$K = kp \qquad (7.3.7)$$

Bila pemampatan atau kompresinya isentropik.

7.4 Aliran Isentropik

Aliran adiabatik tanpa gesekan, atau isentropik adalah suatu aliran ideal yang tidak dapat tercapai dalam aliran gas nyata. Namun, aliran ini didekati dalam aliran melalui peralihan, nosel, dan meteran venturi tempat akibat-akibat gesekan kecil saja, karena pendeknya jarak yang dijalani. Bila perpindahan panas adalah kecil, karena perubahan yang dialami suatu partikel cukup lambat, sehingga gradient kecepatan serta gradient suhu tetap kecil. Unjuk-kerja mesin-mesin fluida seringkali dibandingkan dengan unjuk kerja yang berdasarkan asumsi aliran isentropik. Dalam paragraf ini dipelajari aliran stedi (ajeg) satu dimensi suatu gas sempurna melalui saluran konvergen dan talang konvergen-divergen.

Kita dapat memperoleh beberapa hasil yang sangat umum dengan mempergunakan persamaan Euler, dengan mengabaikan perubahan ketinggian,

$$V dV + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (7.4.1)$$

dan persamaan kontinuitas

$$\rho AV = \text{konst} \quad (7.4.2)$$

Dengan mendiferensiasikan ρAV dan kemudian membagi seluruh persamaan dengan ρAV kita memperoleh

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (7.4.3)$$

Dari persamaan (7.3.2) kita memperoleh $d\rho$ yang kita masukkan dalam Pers. (7.4.1) dengan mendapat

$$V dV + c^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad (7.4.4)$$

Dengan melenyapkan $d\rho/\rho$ dalam kedua persamaan yang terakhir dan dengan menyusun kembali, kita memperoleh

$$\frac{dA}{dV} = \frac{A}{V} \left(\frac{V^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{A}{V} (M^2 - 1) \quad (7.4.5)$$

Asumsi yang mendasari persamaan ini ialah bahwa alirannya stedi (ajeg) dan tanpa gesekan. Belum diadakan pembatasan mengenai perpindahan panas. Pers (7.4.5) menunjukkan bahwa untuk aliran subsonic ($M < 1$) maka dA/dV selalu negatif; yakni, luas saluran harus berkurang untuk kecepatan yang meningkat. Karena dA/dV sama dengan nol untuk $M = 1$ saja, maka kecepatan terus meningkat hingga tercapainya penampang minimum atau leher, dan inilah satu-satunya penampang dimana dapat terjadi aliran sonik. Juga untuk bilangan Mach yang lebih besar daripada satu aliran supersonic dA/dV adalah positif sehingga luas saluran harus bertambah untuk kecepatan yang meningkat. Maka dari itu, guna memperoleh aliran stedi (ajeg) supersonic dari fluida diam di dalam reservoir, fluida tersebut harus terlebih dahulu melintasi melalui talang konvergen dan kemudian talang divergen.

Bila kita membatasi analisis pada aliran isentropic, maka Pers (7.2.16) dapat ditulis

$$p = p_1 \rho_1^{-k} \rho^k \quad (7.4.6)$$

Dengan mendiferensiasikannya serta memasukkannya bagi dp dalam Pers. (7.4.1) kita mendapat

$$VdV + k \frac{p_1}{\rho_1^k} \rho^{k-2} dp = 0$$

Integrasi menghasilkan

$$\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1^k} \rho^{k-1} = konst$$

Atau

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2} \quad (7.4.7)$$

Pers. (7.4.7) dapat diturunkan dari Persamaan Energi dalam bentukdiferensial untuk aliran adiabatic ($dq_H = 0$) dengan menggunakan Pers. (7.2.8). penurunan ini menghindari pembatasan berlakunya Pers. (7.4.7) pada aliran isentropic. Persamaan ini bermanfaat bila dinyatakan dalam suhu; dari $p = \rho RT$

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT_2 \quad (7.4.8)$$

Untuk aliran adiabatic dari reservoir yang kondisinya diberikan oleh p_0, ρ_0, T_0 maka pada setiap penampang lainnya

$$\frac{V^2}{2} = \frac{kR}{k-1} (T_0 - T) \quad (7.4.9)$$

Dinyatakan dalam bilangan Mach local V/C , dengan $c^2 = kRT$,

$$M^2 = \frac{V^2}{c^2} = \frac{2kR(T_0 - T)}{(k-1)kRT} = \frac{2}{k-1} \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right)$$

atau

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (7.4.10)$$

Dari Pers. (7.4.10) dan (7.2.17), yang kini membatasi persamaan-persamaan berikut pada aliran isentropic,

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{k/(k-1)} \quad (7.4.11)$$

dan

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{1/(k-1)} \quad (7.4.12)$$

Kondisi aliran di penampang leher diistilahkan kritis bila kecepatan disana adalah sonic. Kondisi sonic ditandai dengan bintang (asterisk). $M = 1; C^* = V^* = \sqrt{kRT^*}$. Dengan menerapkan Pers. (7.4.10) sampai dengan (7.4.12) pada penampang leher untuk kondisi kritis (untuk $k = 1,4$ dalam bagian yang dinyatakan dengan angka-angka).

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} = 0,833k = 1,40 \quad (7.4.13)$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \frac{2}{k+1}^{k/(k-1)} = 0,528k = 1,40 \quad (7.4.14)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \frac{2}{k+1}^{1/(k-1)} = 0,634k = 1,40 \quad (7.4.15)$$

Hubungan-hubungan ini menunjukkan bahwa, untuk aliran udara, suhu mutlak turun kurang lebih 17 persen dari reservoir sampai leher, tekanan kritis adalah 52,8 persen dari tekanan reservoir, dan kerapatan berkurang lebih dari 37 persen.

Variasi luas terhadap bilangan Mach untuk ikhwal kritik kita peroleh dengan menerapkan persamaan kontinuitas serta Pers. (7.4.10) sampai dengan (7.4.15). Terlebih dahulu

$$AV = \rho^{astA^*V^*} \quad (7.4.16)$$

dengan A^* luas minimum atau luas leher. Maka

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\rho^*}{\rho} \frac{V^*}{V} \quad (7.4.17)$$

Sekarang, $V^* = C^* = \sqrt{kRT^*}$ dan $V = cM = M\sqrt{kRT}$, sehingga dengan mempergunakan Pers. (7.4.13) dan (7.3.10) kita mendapat

$$\frac{V^*}{V} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{T^*}{T}} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{T^*}{T_0}} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k-1)/2} \right\}^{1/2} \quad (7.4.18)$$

Dengan cara serupa

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{\rho^*}{\rho_0} \frac{\rho_0}{\rho} = \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k+1)/2} \right\}^{1/(k-1)} \quad (7.4.19)$$

Dengan memasukkan kedua persamaan terakhir kedalam Pers. (7.4.17) kita memperoleh

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k+1)/2} \right\}^{(k+1)/2(k-1)} \quad (7.4.20)$$

yang memberikan variasi luas talang sebagai fungsi bilangan Mach. A/A^* tidak pernah lebih kecil dari satu, dan untuk setiap harga yang lebih besar daripada satu akan terdapat dua nilai bilangan Mach, sebuah lebih kecil daripada satu dan sebuah lebih besar daripada satu. Untuk gas dengan $k = 1,40$, Pers. (7.4.20) menjadi

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{5 + M^2}{6} \right)^3 \quad k = 1,40 \quad (7.4.21)$$

Laju aliran massa maksimum m_{\max} dapat dinyatakan dalam luas leher dari kondisi-kondisi reservoir:

$$m_{\max} = \rho^* A^* V^* = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} A^* \sqrt{\frac{kKR2T_0}{k+1}}$$

berdasarkan Pers. (7.4.15) dan (7.4.13). Dengan mengganti ρ_0 dengan p_0/RT_0 kita mendapat

$$m_{\max} = \frac{A^* p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}} \quad (7.4.22)$$

untuk $k = 1,40$ persamaan ini menjadi

$$m_{\max} = 0,686 \frac{A^* p_0}{\sqrt{RT_0}} \quad (7.4.23)$$

yang menunjukkan bahwa laju aliran massa berbanding lurus dengan A^* serta p_0 dan berbanding terbalik dengan akar pangkat dua suhu mutlak.

Untuk aliran subsonic di seluruh talang konvergen-divergen, kecepatan dileher harus lebih kecil daripada kecepatan sonik, atau $M < 1$ dengan indeks t yang menunjukkan penampang leher (tenggorokan). Laju aliran massa m diperoleh dari

$$m = \rho VA = A \sqrt{2p_0 \rho_0 \frac{k}{k-1} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2/k} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right]} \quad (7.4.24)$$

yang diturunkan dari persamaan (7.4.9) dan (7.4.6) serta hukum gas sempurna. Persamaan ini berlaku untuk setiap penampang dan dapat diterapkan selama kecepatan dileher subsonic. Persamaan ini dapat diterapkan untuk penampang leher, dan bagi penampang ini, dari Pers. (7.4.14).

$$\frac{p_t}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}$$

Dimana p_t ialah tekanan leher. Bila dalam rumus ini dipakai tanda “sama dengan”, maka Pers (7.4.24) menjadi Pers. (7.4.22).

Untuk laju aliran massa maksimum, aliran disebelah hilir leher dapat subsonic atau supersonic, bergantung pada tekanan di hilir. Dengan memasukkan m dari Pers. (7.4.22) kedalam Pers. (7.4.24) serta menyederhanakan, kita memperoleh

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{2/k} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right] = \frac{k-1}{2} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)} \left(\frac{A^*}{A}\right)^2 \quad (7.4.25)$$

A dapat diambil sebagai luas lubang keluar dan p sebagai tekanan keluar. Untuk $\frac{A^*}{A}$ yang tetentu (yang lebih kecil daripada satu) akan mendapat dua nilai $\frac{p}{p_0}$ antara nol dan satu, dengan nilai atasnya untuk aliran subsonic ditalang divergen dan nilai bawahnya untuk aliran supersonic melalui talang divergen. Untuk semua perbandingan tekanan lainnya yang lebih kecil daripada nilai atas tersebut tidak mungkin terdapat aliran yang sepenuhnya isentropic dan terbentuk gelombang-gelombang kejut di atau tepat di sebelah hilir talang di-

vergen. Gelombang kejut dibahas secara singkat dalam paragraph berikut.

Tabel C.4 dalam lampiran sangat bermanfaat dalam penyelesaian soal-soal aliran isentropic untuk $k = 1,4$. Persamaan (7.4.10) sampai dengan (7.4.12) dan (7.4.21) disajikan dalam bentuk tabel.

7.5 Gelombang Kejut

Dalam aliran satu dimensi satu-satunya jenis gelombang kejut yang dapat terjadi ialah gelombang kejut kompresi normal, seperti terlukis dalam Gambar 7.2. Untuk pembahasan yang lengkap mengenai aliran kovergen-divergen bagi semua daerah (julat, jangkau) tekanan hilir, kita harus memperhatikan gelombang kejut miring sebagaimana terjadi pada lubang keluar. Dalam paragraph yang lalu dibuktikan bahwa aliran isentropic terjadi diseluruh tabung konvergen-divergen untuk sedaerah (sejulat) tekanan hilir dalam hal aliran yang subsonic seluruhnya dan untuk satu tekanan hilir dalam hal aliran supersonic di dalam pembaur (bagian yang divergen). Dalam paragraph ini dipelajari gelombang kejut tegak lurus di dalam pembaur, dengan aliran isentropic di seluruh tabun, kecuali dipermukaan gelombang kejut. Gelombang kejut terjadi dalam aliran supersonic dan mereduksi aliran menjadi aliran subsonic, seperti dibuktikan dalam paragraph berikutnya. Gelombang kejut mempunyai ketebalan yang sangat kecil, yang berorde – kebesaran lintasan bebas rata-rata molekuler gas yang bersangkutan. Persamaan-persamaan yang mengendalikan aliran adiabatik ialah (Gambar 7.2)

Kontinu:

$$G = \frac{m}{A} = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad (7.5.1)$$

Energi:

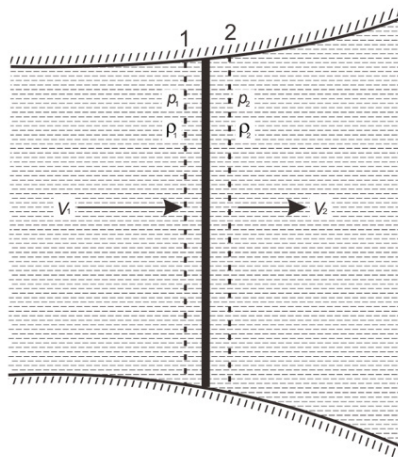
$$\frac{V_1^2}{2} + h_1 = \frac{V_2^2}{2} + h_2 = h_0 = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} \quad (7.5.2)$$

Yang diperoleh dari persamaan energi keadaan stedi untuk ikhwal tanpa perubahan ketinggian, tanpa perpindahan panas, dan tanpa dilakukannya kerja. $H = u + p/\rho = c_p T$ ialah entalpi, dan h_0 ialah nilai entalpi stagnasi, yaitu nilainya direservoar atau ditempat fluida tidak bergerak. Pers. (7.5.2) berlaku untuk fluida nyata dan berlaku baik disebelah hulu maupun disebelah hilir suatu gelombang kejut. Persamaan momentum linear untuk volume kendali antara penampang 1 dan 2 menjadi

$$(p_1 - p_2)A = \rho_2 AV_2^2 - \rho_1 AV_1^2$$

atau

$$p_1 + \rho_1 AV_1^2 = p_2 + \rho_2 AV_2^2 \quad (7.5.3)$$



Gambar 7.2 Gelombang kejut kompresi tegak lurus (Pustaka 2)

Untuk kondisi-kondisi hulu h_1, p_1, V_1, ρ_1 yang diketahui, ketiga persamaan tersebut harus diselesaikan untuk memperoleh p_2, ρ_2, V_2 . Persamaan keadaan untuk gas sempurna tersedia untuk dipergunakan, yaitu $p = \rho RT$. Nilai p_2 adalah

$$p_2 = \frac{1}{k+1} [2\rho_1 V_1^2 - (k-1)p_1] \quad (7.5.4)$$

Setelah p_2 ditentukan, dengan gabungan persamaan kontinuitas dan persamaan momentum

$$p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2 \quad (7.5.5)$$

maka kita langsung memperoleh V_2 . Akhirnya, ρ_2 diperoleh dari persamaan kontinuitas.

Untuk kondisi-kondisi hulu yang diketahui, dengan $M_1 > 1$ nilai-nilai p_2, V_2, ρ_2 , dan $M_2 = V_2 / \sqrt{k p_2 / \rho_2}$ ada dan $M_2 < 1$. Dengan melenyapkan V_1 dan V_2 antara Pers. (7.5.1) sampai dengan (7.5.3), diperoleh persamaan-persamaan Rankine-Hugoniot;

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{[(k+1)/(k-1)](\rho_2/\rho_1) - 1}{[(k+1)/(k-1)] - \rho_2/\rho_1} \quad (7.5.6)$$

dan

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + [(k+1)/(k-1)](p_2/p_1)}{[(k+1)/(k-1)] + p_2/p_1} \quad (7.5.7)$$

Persamaan-persamaan ini, yang menghubungkan kondisi-kondisi pada kedua sisi gelombang kejut, menggantikan hubungan isentropic, Pers. (7.2.16), yaitu $p\rho^{-k} = konst.$

Dari persamaan energy (7.5.2)

$$\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \frac{c^{*2}}{2} + \frac{c^{*2}}{k-1} = \frac{k+1}{k-1} \frac{c^{*2}}{2} \quad (7.5.8)$$

Karena persamaan tersebut berlaku untuk semua titik dalam aliran adiabatik tanpa perubahan ketinggian, dan $c^* = \sqrt{k p^* / \rho^*}$ ialah kecepatan suara. Dengan membagi persamaan (7.5.3) dengan persamaan (7.5.1) kita mendapat

$$V_1 - V_2 = \frac{p_2}{\rho_2 V_2} - \frac{p_1}{\rho_1 V_1} \quad (7.5.9)$$

Dan, dengan melenyapkan p_2/ρ_2 serta p_1/ρ_1 dengan menggunakan Pers. (7.5.8), kita akan mendapat

$$V_1 - V_2 = (V_1 - V_2) \left[\frac{c^{*2}(k+1)}{2kV_1V_2} + \frac{k-1}{2k} \right] \quad (7.5.10)$$

Syarat mana yang dipenuhi oleh $V_1 = V_2$ (tiada gelombang kejut) atau oleh

$$V_1 V_2 = c^{*2}$$

yang dapat ditulis sebagai

$$\frac{V_1}{c^*} \frac{V_2}{c^*} = 1 \quad (7.5.11)$$

Bila V_1 lebih besar daripada c^* , bilangan Mach hulu lebih besar daripada satu dan V_2 lebih kecil daripada c^* , maka bilangan Mach akhir lebih kecil daripada satu, dan sebaliknya. Dalam paragraph yang berlaku akan dibuktikan bahwa proses tersebut hanya dapat terjadi dari supersonic disebelah hulu ke subsonic di sebelah hilir.

Dengan menggunakan persamaan (7.2.14) bersama Pers. (7.5.4), (7.5.6), dan (7.5.7), kita dapat memperoleh rumus untuk perubahan entropi melintasi suatu gelombang kejut tegak lurus sebagai fungsi M_1 dan k . Dari Pers. (7.5.4)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{k+1} \left[\frac{2k\rho_1 V_1^2}{k p_1} - (k-1) \right] \quad (7.5.12)$$

Karena $c_1^2 = kp_1/\rho_1$ dan $M_1 = V_1/c_1$, maka dari Pers. (7.4.12),

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2kM_1^2 - (k-1)}{k+1} \quad (7.5.13)$$

Dengan memasukkan nilai p_2/p_1 ini ke dalam persamaan (7.5.7) kita memperoleh

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_1^2(k+1)}{2 + M_1^2(k-1)}$$

Dengan memasukkan perbandingan tekanan dan perbandingan kerapatan ini ke dalam Pers. (7.2.14) kita mendapat

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left\{ \frac{2kM_1^2 - k + 1}{k+1} \left[\frac{2 + M_1^2(k-1)}{M_1^2(k+1)} \right]^k \right\} \quad (7.5.14)$$

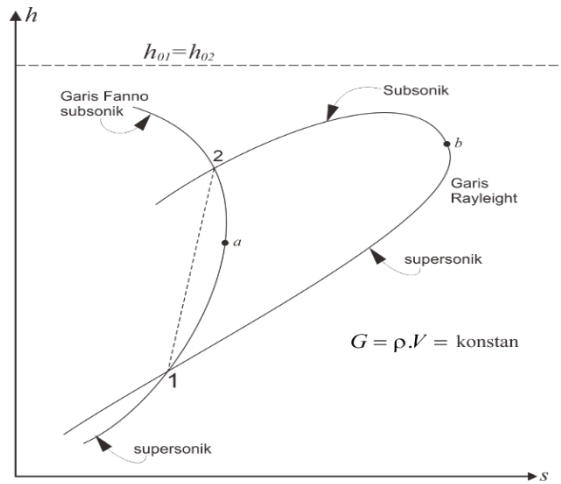
Dengan memasukkan $M_1 > 1$ ke dalam persamaan ini untuk nilai k yang tepat, dapat dibuktikan bahwa entropi bertambah dalam melintasi gelombang kejut, yang menunjukkan bahwa kejutan tegak lurus dapat berlangsung dari aliran supersonic disebelah hulu menjadi aliran subsonic disebelah hilir. Pemasukan (substitusi) nilai $M_1 < 1$ ke dalam Pers. (7.5.14) tidak mempunyai arti, karena Pers. (7.5.13) memberikan nilai negative untuk perbandingan p_2/p_1 .

Tabel C.5 memungkinkan kita untuk menentukan M_2 , p_2/p_1 , T_2/T_1 , dan $(p_0)_1/(p_0)_2$ sebagai fungsi M_1 .

7.6 Garis Fanno dan Garis Rayleigh

Guna menelaah secara lebih mendalam sifat-sifat perubahan aliran di dalam jarak pendek melintasi gelombang kejut, dengan luas yang dapat dianggap konstan, maka kita menggabungkan persamaan kontinuitas dan persamaan energi untuk aliran adiabatic, bergesekan, stedi (ajeg). Dengan memandang kondisi-kondisi hulu sebagai tetap, yaitu p_1 , V_1 , ρ_1 . Maka kita dapat menggambar diagram semua kondisi di penampang 2 Gambar 7.3 yang mungkin terjadi. Garis-

-garis pada diagram demikian untuk aliran massa G yang konstan disebut garis-garis Fanno. Diagram yang paling memberikan kejelasan adalah diagram entalpi terhadap entropi, yakni diagram h s .



Gambar 7.3 Garis Fanno dan Garis Rayleigh (Pustaka 3)

Persamaan entropi bagi gas sempurna, Pers. (7.2.14), ialah

$$s - s_1 = c_v \ln \left[\frac{p}{p_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho} \right)^k \right] \quad (7.6.1)$$

Persamaan energy untuk aliran adiabatic tanpa perubahan ketinggian, dari Pers. (7.5.2), adalah

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (7.6.2)$$

Dan persamaan kontinuitas untuk tiadanya perubahan luas, dari Pers. (7.4.1) adalah

$$G = \rho V \quad (7.6.3)$$

Persamaan keadaan, yang mempertalikan h , p , dan ρ , ialah

$$h = c_p T = \frac{c_p p}{R \rho} \quad (7.6.4)$$

Dengan melenyapna p , ρ , dan V dari keempat persamaan tersebut kita memperoleh

$$s = s_1 + c_v \ln \left[\frac{\rho_1^k R}{p_1 c_p} \left(\frac{\sqrt{2}}{G} \right)^{k-1} \right] + c_v \ln [h \{h_0 - h\}^{(k-1/2)}] \quad (7.6.5)$$

Yang ditunjukkan dalam Gb. 7.3 (tidak menurut skala). Guna mencari kondisi-kondisi pada entropi maksimum, kita mendiferensiasi Pers. (7.6.5) terhadap h dan ds/dh dipersamakan dengan nol. Dengan menandai nilai-nilai di titik entropi maksimum dengan indeks a , maka

$$\frac{ds}{dh} = 0 = \frac{1}{h_a} - \frac{k-1}{2} \frac{1}{h_0 - h_a} \text{ atau } h_a = \frac{2}{k+1} h_0$$

Dengan memasukkan rumus ini ke dalam Pers. (7.6.2) guna memperoleh V_a , maka

$$h_0 = \frac{k+1}{2} h_a = h_a + \frac{V_a^2}{2}$$

atau

$$\begin{aligned} V_a^2 &= (k-1)h_a \\ &= (k-1)c_p T_a \\ &= (k-1) \frac{kR}{k-1} T_a \\ &= kRT_a \\ &= c_a^2 \end{aligned} \quad (7.6.6)$$

Maka, entropi maksimum di titik a adalah $M = 1$, atau kondisi sonic. Untuk $h > h_a$ alirannya subsonic, dan untuk $h < h_a$ alirannya supersonic. Kedua kondisi tersebut, yaitu sebelum dan sesudah kejutan, harus terletak pada garis Fanno yang tepat untuk luas dimana gelombang kejut terjadi. Persamaan momentum tidak digunakan

untuk menentukan garis Fanno, maka dari itu kita belum menentukan penyelesaian sepenuhnya.

Garis Rayleigh

Kondisi sebelum dan sesudah kejutan juga harus memenuhi persamaan momentum dan persamaan kontinuitas. Dengan asumsi kondisi hulu yang konstan dan luas yang konstan, Pers. (7.6.1), (7.6.3), (7.6.4) dan (7.5.3) dipergunakan untuk menentukan garis Rayleigh. Dengan melenyapkan V dalam persamaan kontinuitas dan persamaan momentum kita mendapat.

$$P + \frac{G^2}{\rho} = konst = B \quad (7.6.7)$$

Kemudian, dengan melenyapkan p dari persamaan ini dan persamaan entropi kita memperoleh

$$s = s_1 + c_v \ln \frac{\rho_1^k}{p_1} + c_v \ln \frac{b - G^2/\rho}{\rho^k} \quad (7.6.8)$$

Entalpi dapat dinyatakan sebagai fungsi ρ dan kondisi-kondisi hulu, dari Pers. (7.6.7):

$$h = c_p T = c_p \frac{p}{R\rho} = \frac{c_p}{R} \frac{1}{\rho} \left(B - \frac{G^2}{\rho} \right) \quad (7.6.9)$$

Kedua persamaan terakhir menentukan s dan h sebagai fungsi parameter ρ dan grafiknya dalam diagram hs adalah seperti yang ditunjukkan dalam Gb. 7.3. Inilah sebuah garis Rayleigh. Harga entropi maksimum diperoleh dengan mengambil $ds/d\rho$ dan $dh/d\rho$ dari persamaan-persamaan diatas; kemudian dengan pembagian dan dengan mempersamakan dengan nol, dengan menggunakan indeks b untuk titik maksimum,

$$\frac{ds}{dh} = \frac{c_v}{c_p} R \rho_b \frac{G^2 / [\rho_b (B - G^2/\rho_b)] - k}{\frac{2G^2}{\rho_b} - B} = 0$$

Untuk mengetahui persamaan ini, pengambilannya harus sama dengan nol dan penyebutnya tidak. Dengan mempersamakan pengambilan tersebut dengan nol kita mendapat

$$k = \frac{G^2}{\rho_b (B - \frac{G^2}{\rho_b})} = \frac{\rho_b^2 V_b^2}{\rho_b p_b} \text{ atau } V_b^2 = \frac{k p_b}{\rho_b} = c_b^2$$

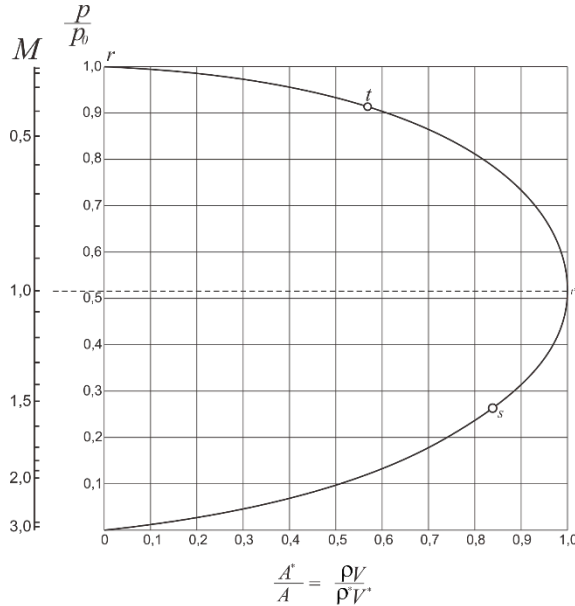
yaitu $M = 1$. Untuk harga ini penyebut tidak sama dengan nol. Sekali lagi, sebagaimana halnya dengan garis Fanno, kondisi sonic terjadi di titik entropi maksimum. Karena kondisi aliran harus terletak pada kedua kurva, tepat sebelum dan tepat sesudah gelombang kejut, maka kondisi tersebut harus tiba-tiba berpindah dari satu titik potong ke titik potong yang lain. Entropinya tidak dapat berkurang, karena tidak ada panas yang berpindah dari aliran, sehingga titik hulu harus terletak di titik potong dengan entropi yang kecil. Dalam semua gas yang diselidiki titik potong dalam aliran subsonic mempunyai entropi yang lebih besar. Jadi kejutan terjadi dari supersonic ke subsonic.

Aliran Nosel Konvergen-Divergen

Kita akan menelaah pelbagai situasi aliran untuk nosel konvergen-divergen dengan mengikuti penyajian oleh Liepmann dan Roshko. Persamaan (7.4.20) memberikan hubungan antara perbandingan luas dan bilangan Mach untuk aliran isentropic di seluruh nosel. Dengan mempegunakan Pers. (7.4.11) kita memperoleh perbandingan luas sebagai fungsi perbandingan tekanan

$$\frac{A^*}{A} = \frac{\rho V}{\rho^* V^*} = \frac{[1 - (p/p_0)^{(k-1)/k}]^{1/2} (p/p_0)^{1/k}}{[(k-1)/2]^{1/2} [2/(k+1)]^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (7.6.10)$$

Gambar 7.4 adalah diagram perbandingan luas terhadap perbandingan tekanan dan M , yang hanya berlaku untuk aliran isentropic ($k = 1,4$).



Gambar 7.4 Hubungan-hubungan supersonik untuk nosel konvergen-divergen ($k = 1,4$) (Pustaka 2)

7.7 Aliran Adiabatik dengan Gesekan dalam Konduit

Dalam supersonik ini dianalisis aliran gas melalui pipa atau talang yang luasnya konstan dengan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. Gas sempurna (panas-panas jenis konstan)
2. Aliran satu dimensi, stedi (ajeg)
3. Aliran supersonik (tidak ada perpindahan panas melalui dinding)
4. Faktor gesekan yang konstan sepanjang saluran
5. Garis tengah saluran efektif D yang sama dengan empat kali jari-jari hidrolis (luas penampang dibagi dengan keliling)
6. Perubahan ketinggian (elevasi) tidak penting dibandingkan dengan akibat-akibat gesekan

7. Tidak ada kerja yang ditambahkan kepada, atau dikurangkan dari aliran.

Persamaan-persamaan pengendalinya adalah persamaan-persamaan kontinuitas, energi, momentum dan keadaan. Garis Fanno, yang telah dikembangkan dalam paragraph 7.6 serta ditunjukkan dalam gambar 7.3, adalah untuk luas yang konstan dan dipergunakan dalam persamaan kontinuitas dan persamaan energi; maka dari itu, garis tersebut berlaku untuk aliran supersonik di dalam talang yang luasnya konstan. Suatu partikel gas di ujung hulu talang dapat ditunjukkan dengan suatu titik pada garis Fanno yang tetap untuk entalpi stagnasi h_0 serta laju aliran massa per luas satuan G yang sesuai. Dengan Bergeraknya partikel tersebut ke arah hilir, sifat-sifatnya berubah, karena gesekan atau ketakmampubalikan adalah sedemikian rupa sehingga entropi dalam aliran supersonik selalu bertambah. Jadi titik yang menunjukkan sifat-sifat ini bergerak sepanjang garis Fanno ke arah titik s maksimum, dimana $M = 1$. Jika talang diumpangi dari nosel konvergen-divergen, aliran awalnya dapat supersonik; maka kecepatannya harus berkurang dalam arah ke hilir. Jika aliran di ujung hulu adalah supersonik, maka kecepatannya harus bertambah dalam arah ke hilir.

Untuk tepat satu supersonik pipa, bergantung pada kondisi hulunya, aliran tepat sonik ($M = 1$) di ujung hilir. Untuk supersonik pipa yang lebih pendek, aliran belum akan mencapai kondisi supersonik dilubang keluar, tetapi untuk aliran sonik pipa ke yang lebih supersonik, pasti terdapat gelombang kejut (dan mungkin pencekikan) jika supersonik dan efek pencekikan jika supersonok. Pencekikan berarti bahwa laju aliran massa yang telah ditetapkan tidak dapat berlangsung dalam situasi ini dan akan terjadi lebih sedikit aliran. Tabel 7.1 menunjukkan kecenderungan-kecenderungan sifat-sifat gas dalam aliran supersonik melalui talang yang luasnya konstan se-

bagaimana dapat dibuktikan dari persamaan-persamaan dalam paragraf ini.

Tabel 7.1 Sifat-sifat Gas Dalam Aliran Adiabatik Melalui Talang Yang Luasnya Konstan

Sifat	Aliran Subsonik	Aliran Supersonik
Kecepatan V	Bertambah	Berkurang
Bilangan Mach M	Bertambah	Berkurang
Tekanan p	Berkurang	Bertambah
Suhu T	Berkurang	Bertambah
Kerapatan ρ	Berkurang	Bertambah
Entalpi Stagnasi	Konstan	Konstan
Entropi	Bertambah	Bertambah

Dalam talang yang luasnya konstan gas tidak dapat berubah secara berangsur-angsur dari sonik menjadi supersonik dan sebaliknya.

Kini persamaan momentum harus mengikut-sertakan akibat-akibat tegangan geser dinding dan mudah dituliskan untuk suatu segmen talang yang panjangnya δx (Gambar 7.5)

$$pA - \left(p + \frac{dp}{dx} \delta x \right) A - \tau_0 \pi D \delta x = \rho VA \left(V + \frac{DV}{Dx} \delta x - V \right)$$

yang dapat disederhanakan menjadi

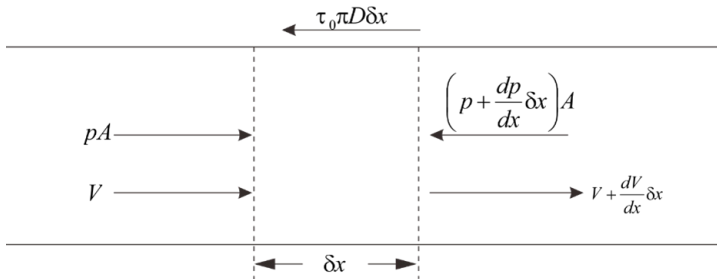
$$dp + \frac{4\tau_0}{D} dx + \rho V dV = 0 \quad (7.7.1)$$

Berdasarkan penyederhanaan rumus Colebrook

$$\tau_0 = \rho f V^2 / 8$$

Dimana f ialah faktor gesekan Darch – Weisbach, maka

$$dp + \frac{f\rho V^2}{2D} dx + \rho V dV = 0 \quad (7.7.2)$$



Gambar 7.5 Notasi untuk penerapan persamaan momentum

Untuk f yang konstan, atau nilai rata-rata f pada panjang jangkauan, persamaan ini dapat diubah menjadi persamaan untuk x sebagai fungsi bilangan Mach. Dengan membagi Pers. (7.7.2) dengan p kita mendapat

$$\frac{dp}{p} + \frac{f}{2D} \frac{\rho V^2}{p} dx + \frac{\rho V}{p} dV = 0 \quad (7.7.3)$$

Sekarang kita mengembangkan masing-masing suku menjadi fungsi M . Menurut definisi $V/c = M$,

$$V^2 = M^2 \frac{kp}{\rho} \quad (7.7.4)$$

Atau

$$\frac{\rho V^2}{p} dV = kM^2 \quad (7.7.5)$$

Untuk suku tengah persamaan momentum. Dengan mengatur ulang Pers. (7.7.4) kita memperoleh

$$\frac{\rho V}{p} dV = kM^2 \frac{dV}{V} \quad (7.7.6)$$

Sekarang, guna menyatakan dV/V dalam M , dari persamaan energy,

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} = c_p T + \frac{V^2}{2} \quad (7.7.7)$$

Diferensiasi menghasilkan

$$c_p dT + V dV = 0 \quad (7.7.8)$$

Dengan membagi seluruh persamaan dengan $V^2 = M^2 k R T$ kita mendapat

$$\frac{c_p}{R} \frac{1}{k M^2} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

Karena $c_p/R = k/(k-1)$, maka

$$\frac{dT}{T} = -M^2 (k-1) \frac{dV}{V} \quad (7.7.9)$$

Dengan mendiferensiasi $V^2 = M^2 k R T$ serta membagi dengan persamaan tersebut kita memperoleh

$$2 \frac{dV}{V} = 2 \frac{dM}{M} + \frac{dT}{T} \quad (7.7.10)$$

Dengan melenyapkan dT/T dalam Pers. (7.7.9) dan (7.7.10) serta menyederhanakan kita akan mendapat

$$\frac{dV}{V} = \frac{kM dM}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \quad (7.7.11)$$

yang memungkinkan kita untuk melenyapkan dV/V dari Pers. (7.7.6) dengan menghasilkan

$$\frac{\rho V}{p} dV = \frac{kM dM}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \quad (7.7.12)$$

Dan akhirnya, untuk menyatakan dp/p dalam M , dari $p = \rho R T$ dan $G = \rho V$,

$$pV = GRT \quad (7.7.13)$$

Dengan diferensiasi

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dV}{V}$$

Kita mempergunakan Pers. (7.7.9) dan (7.7.11) untuk me-nyapkan dT/T dan dV/V

$$\frac{dp}{p} = \frac{(k-1)M^2 + 1}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \frac{dM}{M} \quad (7.7.14)$$

Sekarang kita memasukkan Pers. (7.7.5), (7.7.12), (7.7.14) ke dalam Pers. (7.7.3). setelah diatur ulang,

$$\begin{aligned} \frac{f}{D} dx &= \frac{2(1-M^2)}{kM^3 \{[(k-1)/2]M^2 + 1\}} dM \\ &= \frac{2}{k} \frac{dM}{M^3} - \frac{k+1}{k} \frac{dM}{M \{[(k-1)/2]M^2 + 1\}} \end{aligned} \quad (7.7.15)$$

Yang dapat langsung diintegrasikan. Dengan menggunakan batas-batas $x = 0$. $M = M_{0,x} = 1$, $M = M$,

$$\frac{fl}{D} = -\frac{1}{KM^2} \left\{ \frac{M}{M_0} - \frac{k+1}{k} \ln \frac{M^2}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \right\} \frac{M}{M_0} \quad (7.7.16)$$

$$= \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{k+1}{2k} \ln \left[\left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{(k-1)M^2 + 2}{(k-1)M_0^2 + 2} \right] \quad (7.7.17)$$

Untuk $k = 1,4$ persamaan ini menjadi

$$\frac{fl}{D} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{6}{7} \ln \left[\left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{M^2 + 5}{M_0^2 + 5} \right] \quad k = 1,4 \quad (7.7.18)$$

Jika M_0 , lebih besar daripada 1, M tidak dapat lebih kecil dari-pada 1; dan jika M_0 , lebih kecil daripada 1, M tidak dapat lebih besar daripada 1. Untuk kondisi limitnya $M = 1$ dan $k = 1,4$,

$$\frac{fL_{\max}}{D} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{6}{7} \ln \frac{6M_0^2}{M_0^2 + 5} \quad k = 1,4 \quad (7.7.19)$$

Terdapat bukti-bukti yang memberi petunjuk bahwa faktor gesekan dalam aliran supersonic dapat lebih kecil.

7.8 Aliran Tanpa Gesekan dalam Talang Dengan Perpindahan Panas

Dalam paragraf ini disimak aliran stedi (ajeg) suatu gas sempurna (dengan panas-panas jenis yang konstan) melalui talang yang luasnya konstan. Gesekan diabaikan, dan tiada kerja dilakukan terhadap atau oleh aliran.

Persamaan-persamaan yang tepat untuk analisis ikhwal ini ialah

$$\text{Kontinuitas: } G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho V \quad (7.8.1)$$

$$\text{Momentum: } p + \rho V^2 = \textit{konst} \quad (7.8.2)$$

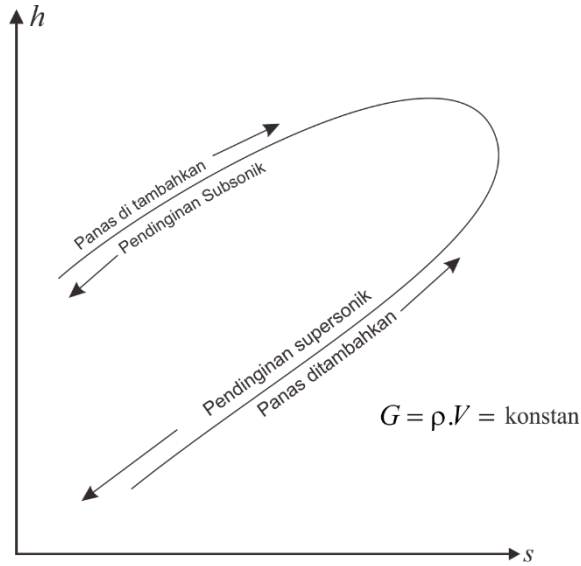
$$\begin{aligned} \text{Energi : } qH &= h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = c_p(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \\ &= c_p(T_{02} - T_{01}) \end{aligned} \quad (7.8.3)$$

T_{01} dan T_{02} ialah suhu-suhu stagnasi isentropik, yaitu, suhu-suhu yang terjadi di suatu penampang bila aliran dibuat berhenti secara isentropik.

Garis Rayleigh, yang diperoleh dari penyelesaian persamaan kontinuitas dan persamaan momentum untuk penampang konstan dengan mengabaikan gesekan, sangat bermanfaat dalam penyimak terhadap aliran ini. Terlebih dahulu, menghilangkan V dalam Pers. (7.8.1) dan (7.8.2) memberikan

$$P + \frac{G^2}{\rho} = \textit{konst} \quad (7.8.4)$$

yang merupakan Pers. (7.6.7). Persamaan (7.6.8) dan (7.6.9) menyatakan entropi dan entalpi h sebagai fungsi parameter ρ untuk asumsi-asumsi dalam paragraf ini, seperti dalam Gb. 7.6.



Gambar 7.6 Garis Rayleigh (Pustaka 3)

Berdasarkan Pers. (7.8.1). Maka di titik s maksimum pada garis Rayleigh, $V = \sqrt{dp/d\rho}$ dan $M = 1$, atau terdapat kondisi sonik. Penambahan panas kepada aliran supersonik menyebabkan bilangan Mach aliran berkurang menuju $M = 1$, dan jika ditambahkan jumlah panas yang tepat, maka M menjadi 1. Jika ditambahkan lebih banyak panas, maka terjadi pencekikan dan kondisi di ujung hulu berubah untuk memperkecil laju aliran massa itu. Penambahan panas kepada aliran subsonik menyebabkan bertambahnya bilangan Mach menuju $M = 1$, dan sekali lagi perpindahan panas yang terlalu banyak akan menyebabkan pencekikan beserta penyesuaian terhadap laju aliran massa di hulu sehingga menjadi lebih kecil.

Dari Pers. (7.8.3) kita mencatat bahwa pertambahan tekanan stagnasi isentropik merupakan ukuran tambahan panas tersebut. Dari $V^2 = M^2 kRT$, $p = \rho RT$, dan kontinuitas

$$pV = GRT \text{ dan } \rho V^2 = k\rho M^2$$

Sekarang, dari persamaan momentum,

$$p_1 + \rho_1 p_1 M_1^2 = p_2 + \rho_2 p_2 M_2^2$$

$$\text{maka } \frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + kM_2^2}{1 + kM_1^2} \quad (7.8.5)$$

Dengan menuliskan persamaan ini untuk ikhwal limit $P_2 = p^*$ bila $M_2 = 1$ kita mendapat

$$\frac{p}{p^*} = \frac{1 + k}{1 + kM^2} \quad (7.8.6)$$

Dengan p tekanan di setiap pada talang dan M adalah bilangan Mach di titik itu. Bagi ikhwal subsonik, dengan M yang membesar ke kanan (Gb.7.6), p harus berkurang; dan untuk ikhwal supersonik, dengan berkurangnya M ke arah kanan, p harus bertambah.

Untuk mengembangkan hubungan-hubungan lain yang berkaitan, kita mempergunakan persamaan energi (7.8.3),

$$c_p T_0 = \frac{kR}{k-1} T_0 = \frac{kR}{k-1} T + \frac{V^2}{2}$$

Dengan T_0 sebagai suhu stagnasi isentropik dan T suhu aliran bebas di penampang yang sama. Dengan menerapkan persamaan ini dengan penampang 1, setelah membagi seluruh persamaan dengan $kRT_1/(k-1)$, kita memperoleh

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + (k-1) \frac{M_1^2}{2} \quad (7.8.7)$$

Dan untuk penampang 2

$$\frac{T_{02}}{T_2} = 1 + (k-1) \frac{M_2^2}{2} \quad (7.8.8)$$

Dengan membagi Pers. (7.8.7) dengan Pers. (7.8.8) kita mendapat

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{T_1}{T_2} \frac{2 + (k-1)M_1^2}{2 + (k-1)M_2^2} \quad (7.8.9)$$

Kita menentukan perbandingan T_1/T_2 sebagai fungsi bilangan Mach sebagai berikut. Dari hukum gas sempurna, $p_1 = \rho RT_1$, $p_2 = \rho RT_2$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1 \rho_2}{P_2 \rho_1} \quad (7.8.10)$$

Dari kontinuitas, $\rho_2/\rho_1 = V_1/V_2$; dan menurut definisi

$$\mathbf{M}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{kRT_1}} \mathbf{M}_2 = \frac{V_2}{\sqrt{kRT_2}}$$

Sehingga $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{M}_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

Dan $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{M}_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ (7.8.11)

Sekarang dengan memasukkan Pers. (7.8.5) dan (7.8.11) ke dalam Pers. (7.8.10) serta menyederhanakan kita mendapat

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{M}_2} \frac{1 + k\mathbf{M}_2^2}{1 + k\mathbf{M}_1^2} \right)^2 \quad (7.8.12)$$

Pemasukan (substitusi) persamaan ini ke dalam Pers. (7.8.9) akan menghasilkan

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \left(\frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{M}_2} \frac{1 + k\mathbf{M}_2^2}{1 + k\mathbf{M}_1^2} \right)^2 \frac{2 + (k-1)\mathbf{M}_1^2}{2 + (k-1)\mathbf{M}_2^2} \quad (7.8.13)$$

Bila persamaan ini diterapkan pada penampang hilir dengan $T_{02} = T_0^*$ serta $M_2 = 1$ dan indeks untuk penampang hulu ditiadakan, maka hasilnya adalah

$$\frac{T_0}{T_0^*} = \frac{\mathbf{M}^2(k+1)[2 + (k-1)\mathbf{M}^2]}{(1 + k\mathbf{M}^2)^2} \quad (7.8.14)$$

Kini tersedialah semua persamaan yang diperlukan untuk penentuan aliran tanpa gesekan dengan perpindahan panas di dalam talang yang luasnya konstan. Perpindahan panasnya per massa satuan diberikan oleh $q_H = c_p(T_0^* - T_0)$ untuk $M = 1$ di lubang keluar. Penggunaan persamaan-persamaan tersebut dilukiskan dalam contoh berikut.

7.9 Aliran Isotermal Stedi dalam Jalur-Pipa Yang Panjang

Dalam analisis aliran isothermal suatu gas sempurna melalui talang yang panjang, garis Fanno maupun garis Rayleigh tidak dapat diterapkan, karena garis Fanno berlaku untuk aliran adiabatik dan garis Rayleigh untuk aliran tanpa gesekan.

Persamaan-persamaan yang tepat adalah:

Momentum [Pers. 7.7.3]:

$$\frac{dp}{p} + \frac{f}{2D} \frac{\rho V^2}{p} dx + \frac{\rho V}{p} dV = 0 \quad (7.9.1)$$

$$\text{Persamaan keadaan: } \frac{p}{\rho} = \text{konst} \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (7.9.2)$$

$$\text{Kontinuitas: } \rho \cdot V = \text{konst} \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} \quad (7.9.3)$$

Energi [Pers. (7.8.7)]:

$$T_0 = T \left[1 + \frac{(k-1)}{2} M^2 \right] \quad (7.9.4)$$

Dengan T_0 sebagai suhu stagnasi isentropik di penampang tempat suhu statik aliran bebasnya adalah T serta bilangan machnya adalah M .

Tekanan Stagnasi [Pers. (7.4.11)]

$$P_0 = p \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{k/(k-1)} \quad (7.9.5)$$

Dengan p_0 sebagai tekanan (di penampang tempat p serta M) yang diperoleh dengan mengurangi kecepatan sampai nol secara isentropik.

Dari definisi-definisi dan persamaan-persamaan di atas

$$V = cM = \sqrt{kRTM} \frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} = \frac{dM^2}{2M^2}$$
$$\frac{\rho V}{\rho} dV = \frac{V dV}{RT} = \frac{c^2}{RT} M dM = kM dM \frac{\rho V^2}{p} = \frac{c^2 M^2}{RT} = kM^2$$

Pemasukannya ke dalam persamaan momentum (7.9.1) menghasilkan:

$$\frac{\rho V}{p} = -\frac{1}{2D} kM^2 dx - kM dM = -\frac{dM}{M}$$

Sehingga $\frac{dM}{M} (1 - kM^2) = \frac{f}{2D} kM^2 dx$

$$\text{Dan } \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = -\frac{1}{2} \frac{dM^2}{M^2} = -\frac{kM^2}{1 - kM^2} \frac{f dx}{2D} \quad (7.9.6)$$

Diferensial dx adalah positif dalam arah ke hilir, maka kita dapat menyimpulkan bahwa variasi kecenderungan sifat-sifat bergantung pada apakah M lebih kecil atau lebih besar daripada $1/\sqrt{k}$. Untuk $M < 1/\sqrt{k}$, tekanan serta kerapatan berkurang dan kecepatan serta bilangan Mach bertambah, dengan kecenderungan yang berlawanan untuk $M > 1/\sqrt{k}$; maka dari itu, bilangan Mach senantiasa mendekati $1/\sqrt{k}$, alih-alih satu untuk aliran adiabatik di dalam jalur pipa.

Guna menentukan arah perpindahan panas, diferensiasikan pers. (7.9.4) dan kemudian bagilah dengan persamaan tersebut, dengan mengingat bahwa T adalah konstan:

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{k-1}{2+(k-1)M^2} dM^2 \quad (7.9.7)$$

Pelenyapan (eliminasi) dM^2 dalam persamaan ini dan Pers. (7.9.6) menghasilkan

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{k(k-1)M^4}{(1-kM^2)[2+(k-1)M^2]} \frac{f dx}{D} \quad (7.9.8)$$

Yang menunjukkan bahwa suhu stagnasi isentropik bertambah untuk $M < 1/\sqrt{k}$, yang mengisyaratkan bahwa panas berpindah ke fluida. Untuk $M > 1/\sqrt{k}$ perpindahan panasnya adalah dari fluida.

Dari Pers. (7.9.5) dan (7.9.6)

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{2-(k+1)M^2}{2+(k-1)M^2} \frac{kM^2}{kM^2-1} \frac{f dx}{D} \quad (7.9.9)$$

Table 7.3 menunjukkan kecenderungan sifat-sifat fluida.

Dengan integrasi berbagai Pers. (7.9.6) sebagai fungsi M, maka kita mendapat perubahan terhadap bilangan Mach. Kedua ruas yang terakhir memberikan

$$\frac{f}{D} \int_0^{L_{max}} dx = \frac{1}{k} \int_M^{1/\sqrt{k}} \frac{1-kM^2}{M^4} dM^2$$

Atau

$$\frac{f}{D} L_{max} = \frac{1-kM^2}{kM^2} + \ln(kM^2) \quad (7.9.10)$$

Dengan L_{max} seperti sebelum ini, menunjukkan panjang talang maksimum. Untuk panjang yang lebih besar terjadi pencekikan, dan laju massanya berkurang. Guna menemukan perubahan tekanan,

$$\int_p^{p^*} \frac{dp}{p} = -\frac{1}{2} \int_M^{1/\sqrt{k}} \frac{dM^2}{M^2}$$

$$\text{Maka } \frac{p^*}{p} = \sqrt{k} M \quad (7.9.11)$$

Superskrip (tanda di atas) *t menandakan kondisi di $M = 1/\sqrt{k}$, dan M serta pmenunjukkan nilai di penampang hulu yang mana saja.

Table 7.3 kecenderungan sifat-sifat fluida untuk aliran isentropic (Pustaka 3)

Sifat	$M < \frac{1}{\sqrt{k}}$ subsonik	$M = 1/\sqrt{k}$ Subsonic atau supersonik
Tekanan p	Berkurang	Bertambah
Kerapatan ρ	Berkurang	Bertambah
Kecepatan V	Bertambah	Berkurang
Bilangan Mach M	Bertambah	Berkurang
Suhu stagnasi T_0	Bertambah	Berkurang
Tekanan Stagnasi p_0	Berkurang	Bertambah untuk $M < \sqrt{2}/(k+1)$ Berkurang untuk $M > \sqrt{2}/(k+1)$

7.10 Soal-Soal dan Penyelesaian

7.10.1 Tentukanlah panjang maksimum pipa yang bergaris tengah – dalam 50 mm, $f = 0,02$ untuk aliran udara, bila bilangan Mach di lubang masuk pipa ialah 0,30

Penyelesaian

Dari Pers. (7.7.19)

$$\frac{0.02}{0.05} L_{\max} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{0,3^2} - 1 \right) + \frac{6}{7} \ln \frac{6(0,30^2)}{0,30^2 + 5}$$

Maka $L_{\max} = 13,25$ m

Tekanan, kecepatan, dan suhu juga dapat dinyatakan dalam bentuk integral sebagai fungsi bilangan Mach. Guna menyederhanakan persamaan-persamaan berikut, persamaan-persamaan tersebut akan diintegrasikan dari kondisi hulu sampai kondisi pada $M = 1$, yang ditandai dengan p^* , V^* , dan T^* . dari Pers. (8.7.14)

$$\frac{p^*}{p_1} = M_0 \sqrt{\frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1}} \quad (7.7.20)$$

Dari Pers. (7.7.11)

$$\frac{V^*}{V_0} = \frac{1}{M_0} \sqrt{\frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1}} \quad (7.7.21)$$

Dari Pers. (7.7.9) dan (7.7.11)

$$\frac{dT}{T} = - (k-1) \frac{M dM}{[(k-1)/2]M^2 + 1}$$

yang, bila diintegrasikan, menghasilkan

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1} \quad (7.7.22)$$

- 7.10.2** Udara pada $V_1 = 300$ ft/s, $p = 40$ psia, $t = 60^\circ\text{F}$ mengalir masuk kedalam talang yang bergaris tengah 4,0 in. Berapakah perpindahan panas per massa satuan yang diperlukan untuk kondisi sonik di lubang keluar? tentukanlah tekanan, suhu, dan kecepatan di lubang keluar dan di penampang tempat $M = 0,70$.

Penyelesaian

$$\mathbf{M}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{kRT_1}} = \frac{300}{\sqrt{1,4(53,3)(32,17)(460+60)}} = 0,268$$

Suhu stagnasi isentropik di lubang masuk, dari Pers.(7.7.7), adalah

$$T_{01} = T_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} \mathbf{M}_1^2 \right) = 520 [1 + 0,2 (0,268^2)] = 527 \text{ }^\circ R$$

Suhu stagnasi isentropik di lubang keluar, dari Pers. (7.7.14), adalah

$$\begin{aligned} T_0^* &= \frac{T_{0(1+k\mathbf{M}^2)^2}}{(k+1)\mathbf{M}^2 [2 + (k+1)\mathbf{M}^2]} \\ &= \frac{527 [1 + 1,4 (0,268^2)]^2}{2,4 \times 0,268^2 [2 + 0,4 (0,268^2)]} = 1827 \text{ }^\circ R \end{aligned}$$

Perpindahan panas per slug udara yang mengalir adalah

$$q_H = c_p(T_0^* - T_{01}) = 0,24[32,17(1827 - 527)] = 10.037 \text{ Btu/slug}$$

Tekanan di lubang keluar, Pers.(7.7.6), adalah

$$p^* = p \frac{1 + kM^2}{k + 1} = \frac{40}{2,4}[1 + 1,4(0,268^2)] = 18,34 \text{ psia}$$

Dan suhunya, dari Pers. (7.8.12),

$$T^* = T \left[\frac{1 + kM^2}{(k + 1)M} \right]^2 = 520 \left[\frac{1 + 1,4(0,268^2)}{2,4(0,268)} \right]^2 = 1522 \text{ }^\circ R$$

Di lubang keluar,

$$V^* = c^* = \sqrt{kRT^*} = \sqrt{1,4}$$

Di penampang di mana $M = 0,7$, dari Pers. (7.8.6)

$$p = p^* \frac{k + 1}{1 + kM^2} = \frac{18,34(2,4)}{1 + 1,4(0,7^2)} = 26,1 \text{ psia}$$

Dari Pers. (7.8.12)

$$T = T^* \left[\frac{(k + 1)M}{1 + kM^2} \right]^2 = 1522 \left[\frac{2,4(0,7)}{1 + 1,4(0,7^2)} \right]^2 = 1511 \text{ }^\circ R$$

$$V = M\sqrt{kRT} = 0,7 \sqrt{1,4(53,3)(32,17)(1511)} = 1333 \text{ ft/s}$$

- 7.10.3** Helium memasuki pipa yang bergaris tengah dalam 100 mm dari sebuah nosel konvergen divergen pada $M = 1,30$; $p = 14 \text{ kN/m}^2 \text{ abs}$, $T = 225 \text{ K}$, tentukanlah untuk aliran isothermal (a) panjang pipa maksimum agar tidak terjadi pencekikan, (b) kondisi-kondisi hilir, dan (c) panjang dari lubang keluar sampai penampang tempat $M = 1,0$; $f = 0,016$.

Penyelesaian

Dari Pers. (7.9.10) untuk $k = 1,66$

$$\frac{0,016L_{\max}}{0,1\text{ m}} = \frac{1 - 1,66(1,3^2)}{1,66(1,3^2)} + \ln [1,66(1,3^2)]$$

Maka dari itu $L_{\max} = 2,425\text{ m}$.

Dari Pers. (7.9.11)

$$p^*t = p\sqrt{k}M = 14\text{ kN/m}^2\sqrt{1,66}1,3 = 23,45\text{ kN/m}^2\text{ abs}$$

Bilangan Mach di lubang keluar adalah $1\sqrt{1,66} = 0,776$ dari Pers. (7.9.6)

$$\int_V^{V^*t} \frac{dV}{V} = \frac{1}{2} \int_M^{1\sqrt{k}} \frac{dM^2}{M^2} \text{ atau } \frac{V^*t}{V} = \frac{1}{\sqrt{k}M}$$

Di penampang hulu

$$V = M\sqrt{kRT} = 1,3\sqrt{1,66(2077)(225)} = 1145\text{ m/s}$$

$$\text{Maka } V^*t = \frac{V}{\sqrt{k}M} = \frac{1145\text{ m/s}}{\sqrt{1,66}1,3} = 683,6\text{ m/s}$$

Dari Pers. (7.9.10) untuk $M = 1$.

$$\frac{0,016}{0,1\text{ m}}L'_{\max} = \frac{1 - 1,66}{1,66} + \ln 1,66$$

Maka $L'_{\max} = 0,683\text{ m}$. $M = 1$ terjadi 0,683 m dari lubang keluar.

7.11 Soal-Soal Tambahan

7.11.1 Udara mengalir dengan mantap di antara dua bagian dalam saluran. Pada bagian (1), suhu dan tekanannya adalah $T_1 = 80^\circ\text{C}$ dan $p_1 = 301\text{ kPa (abs)}$ dan pada bagian (2), suhu dan tekanannya adalah $T_2 = 180^\circ\text{C}$ dan $p_2 = 181\text{ kPa (abs)}$. Hitung (a) perubahan energi internal antara bagian (1) dan (2), (b) perubahan entalpi antara bagian (1) dan (2), (c) perubahan kerapatan antara bagian (1) dan (2), (d) perubahan

entropi antara bagian (1) dan (2). Bagaimana Anda memperkirakan kerugian energi yang tersedia antara kedua bagian aliran ini?

- 7.11.2** Helium dikompresi secara isotermal dari 121 kPa (abs) menjadi 301 kPa (abs). Tentukan perubahan entropi yang terjadi berkaitan dengan proses ini.
- 7.11.3** Udara pada 14,7 psia dan 70 °F dimampatkan secara adiabatik oleh kompresor sentrifugal hingga tekanan 100 psia. Berapakah kenaikan temperatur minimum yang mungkin? Jelaskan.
- 7.11.4** Jelaskan bagaimana Anda dapat memvariasikan bilangan Mach tetapi tidak bilangan Reynolds dalam aliran udara yang melewati sebuah bola. Untuk bilangan Reynolds konstan 300.000, perkirakan berapa besar koefisien drag akan meningkat ketika bilangan Mach meningkat dari 0,3 menjadi 1,0.
- 7.11.5** Aliran sebuah gas ideal dapat dianggap tak mampu-mampat jika bilangan Mach kurang dari 0,3. Tentukan tingkat kecepatan dalam ft/s dan dalam m/s untuk $Ma = 0,3$ dalam gas-gas berikut: (a) udara standar, (b) hidrogen pada 68°F.
- 7.11.6** Di suatu pantai, Anda mengamati pesawat berkecepatan tinggi bergerak melintasi Anda pada ketinggian 10.000 ft. Anda mendengar pesawat tersebut 8 s setelah lewat tepat di atas kepala. Dengan menggunakan temperatur udara 40 °F, perkiraan berapakah bilangan Mach dari kecepatan pesawat tersebut.
- 7.11.7** Suatu gas ideal mengalir secara isentropis melalui nosel konvergen-divergen. Pada bagian di bagian nosel yang konver-

gen, $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$, $p_1 = 600 \text{ kPa (abs)}$, $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, dan $Ma_1 = 0,6$. Untuk bagian (2) pada bagian nosel yang divergen, tentukan A_2 , p_2 dan T_2 jika $Ma_2 = 3,0$ dan gasnya adalah (a) udara, (b) helium.

7.11.8 Di hulu leher sebuah nosel konvergen-divergen isentropic pada bagian (1), $V_1 = 150 \text{ m/s}$, $p_1 = 100 \text{ kPa (abs)}$. Jika aliran keluar adalah supersonik dengan luas leher $A_2 = 0,1 \text{ m}^2$, tentukan laju aliran massa dalam kg/s untuk aliran dari (a) udara, (b) metana, (c) helium.

7.11.9 Gas ideal mengalir secara adiabatik dengan gesekan melalui pipa panjang dengan luas penampang konstan. Pada bagian hulu (1), $p_1 = 60 \text{ kPa (abs)}$, $T_1 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, dan $V_1 = 200 \text{ m/s}$. Pada bagian hilir (2) $T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Tentukan p_2 , V_2 dan rasio tekanan stagnasi, p_{02}/p_{01} jika gasnya adalah (a) udara, (b) helium.

7.11.10 Suatu gas ideal memasuki saluran berdiameter dalam $0,5 \text{ ft}$ dengan $p_1 = 20 \text{ psia}$, $T_1 = 80 \text{ }^\circ\text{F}$, dan $V_1 = 200 \text{ ft/s}$. Berapa laju penambahan panas tanpa gesekan dalam Btu/s yang dibutuhkan agar temperatur gas keluar $T_2 = 1500 \text{ }^\circ\text{F}$? Tentukan p_2 , V_2 dan Ma_2 . Gas adalah (a) udara, (b) helium.

Apendix

APPENDIX A Faktor Konversi Satuan

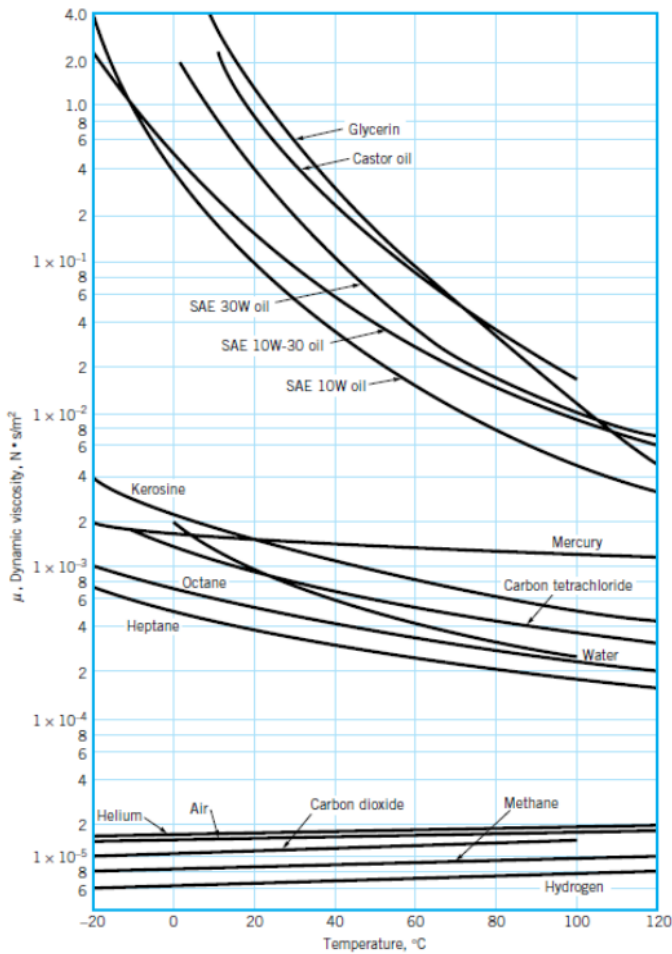
TABEL A1 Faktor Konversi Satuan

Length	Volume
1 ft = 12 in = 0.3048 m	1 ft ³ = 0.028317 m ³
1 mi = 5280 ft = 1609.344 m	1 U.S. gal = 231 in ³ = 0.0037854 m ³
1 nautical mile (nmi) = 6076 ft = 1852 m	1 L = 0.001 m ³ = 0.035315 ft ³
1 yd = 3 ft = 0.9144 m	1 U.S. fluid ounce = 2.9574 E-5 m ³
1 angstrom (Å) = 1.0 E-10 m	1 U.S. quart (qt) = 9.4635 E-4 m ³
Mass	Area
1 slug = 32.174 lbm = 14.594 kg	1 ft ² = 0.092903 m ²
1 lbm = 0.4536 kg	1 mi ² = 2.78784 E7 ft ² = 2.59 E6 m ²
1 short ton = 2000 lbm = 907.185 kg	1 acre = 43,560 ft ² = 4046.9 m ²
1 tonne = 1000 kg	1 hectare (ha) = 10,000 m ²
Velocity	Acceleration
1 ft/s = 0.3048 m/s	1 ft/s ² = 0.3048 m/s ²
1 mi/h = 1.466666 ft/s = 0.44704 m/s	
1 kn = 1 nmi/h = 1.6878 ft/s = 0.5144 m/s	
Mass flow	Volume flow
1 slug/s = 14.594 kg/s	1 gal/min = 0.002228 ft ³ /s = 0.06309 L/s
1 lbm/s = 0.4536 kg/s	1 × 10 ⁶ gal/day = 1.5472 ft ³ /s = 0.04381 m ³ /s

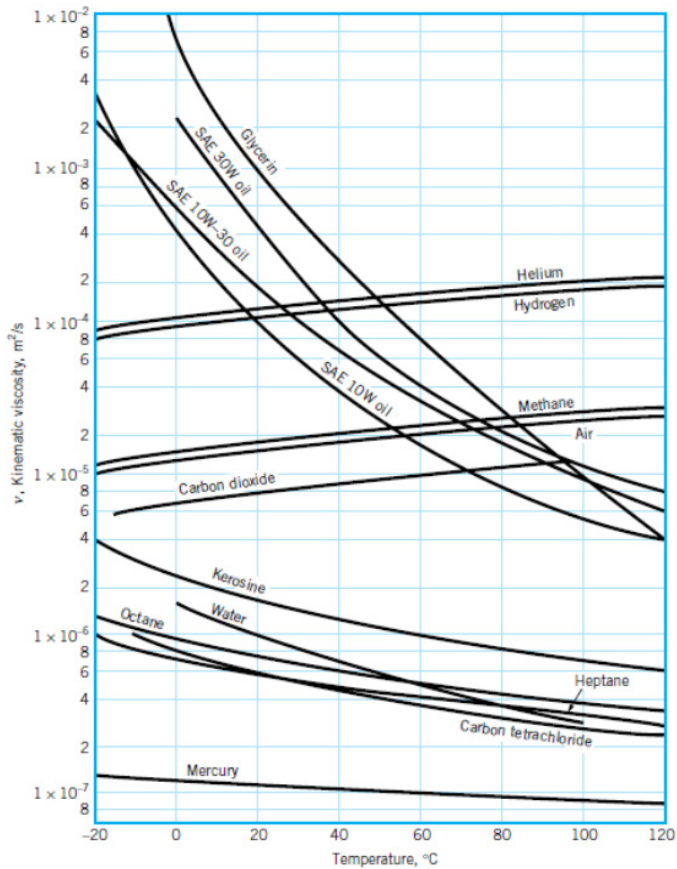
Lanjutan Tabel A1

Pressure	Force
$1 \text{ lbf/ft}^2 = 47.88 \text{ Pa}$ $1 \text{ lbf/in}^2 = 144 \text{ lbf/ft}^2 = 6895 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 2116.2 \text{ lbf/ft}^2 = 14.696 \text{ lbf/in}^2 = 101,325 \text{ Pa}$ $1 \text{ inHg (at } 20^\circ\text{C)} = 3375 \text{ Pa}$ $1 \text{ bar} = 1.0 \text{ E5 Pa}$	$1 \text{ lbf} = 4.448222 \text{ N} = 16 \text{ oz}$ $1 \text{ kgf} = 2.2046 \text{ lbf} = 9.80665 \text{ N}$ $1 \text{ U.S. (short) ton} = 2000 \text{ lbf}$ $1 \text{ dyne} = 1.0 \text{ E-5 N}$ $1 \text{ ounce (avoirdupois) (oz)} = 0.27801 \text{ N}$
Energy	Power
$1 \text{ ft} \cdot \text{lbf} = 1.35582 \text{ J}$ $1 \text{ Btu} = 252 \text{ cal} = 1055.056 \text{ J} = 778.17 \text{ ft} \cdot \text{lbf}$ $1 \text{ kilowatt hour (kWh)} = 3.6 \text{ E6 J}$	$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lbf/s} = 745.7 \text{ W}$ $1 \text{ ft} \cdot \text{lbf/s} = 1.3558 \text{ W}$
Specific weight	Density
$1 \text{ lbf/ft}^3 = 157.09 \text{ N/m}^3$	$1 \text{ slug/ft}^3 = 515.38 \text{ kg/m}^3$ $1 \text{ lbm/ft}^3 = 16.0185 \text{ kg/m}^3$ $1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$
Viscosity	Kinematic viscosity
$1 \text{ slug}/(\text{ft} \cdot \text{s}) = 47.88 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ $1 \text{ poise (P)} = 1 \text{ g}/(\text{cm} \cdot \text{s}) = 0.1 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$	$1 \text{ ft}^2/\text{h} = 0.000025806 \text{ m}^2/\text{s}$ $1 \text{ stokes (St)} = 1 \text{ cm}^2/\text{s} = 0.0001 \text{ m}^2/\text{s}$
Temperature scale readings	
$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$ $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$ $T_R = T_F + 459.69$ $T_K = T_C + 273.16$ where subscripts F, C, R, and K refer to readings on the Fahrenheit, Celsius, Kelvin, and Rankine scales, respectively	
Specific heat or gas constant*	Thermal conductivity*
$1 \text{ ft} \cdot \text{lbf}/(\text{slug} \cdot ^\circ\text{R}) = 0.16723 \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ $1 \text{ Btu}/(\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}) = 4186.8 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	$1 \text{ Btu}/(\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{R}) = 1.7307 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
<p>*Although the absolute (Kelvin) and Celsius temperature scales have different starting points, the intervals are the same size: 1 kelvin = 1 Celsius degree. The same holds true for the nonmetric absolute (Rankine) and Fahrenheit scales: 1 Rankine degree = 1 Fahrenheit degree. It is customary to express temperature differences in absolute-temperature units.</p>	

APPENDIX B Properti Fisika dari Fluida



Gambar B.1 Viskositas dinamik (absolut) dari fluida biasa sebagai fungsi dari temperatur. Untuk mengubahnya menjadi satuan BG yakni $\text{lb}\cdot\text{s}/\text{ft}^2$, kalikan $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ dengan $2,089 \times 10^{-2}$. (Kurva-kurva dari R.W. Fox and A.T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, 3rd Ed., Wiley, New York, 1985. Digunakan dengan izin).



Gambar B.2 Viskositas kinematik dari fluida biasa (pada tekanan atmosfer) sebagai fungsi dari temperatur. Untuk mengubahnya menjadi satuan BG yakni ft^2/s , kalikan m^2/s dengan 10,76. (Kurva-kurva dari R.W. Fox and A.T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, 3rd Ed., Wiley, New York, 1985. Digunakan dengan izin).

TABEL B.1 Properti Fisika dari air (Satuan BG)

Temperature (°F)	Density, ρ (slugs/ft ³)	Specific Weight ^b , γ (lb/ft ³)	Dynamic Viscosity, μ (lb·s/ft ²)	Kinematic Viscosity, ν (ft ² /s)	Surface Tension ^c , σ (lb/ft)	Vapor Pressure, p_v [lb/in ² (abs)]	Speed of Sound ^d , c (ft/s)
32	1.940	62.42	3.732 E - 5	1.924 E - 5	5.18 E - 3	8.854 E - 2	4603
40	1.940	62.43	3.228 E - 5	1.664 E - 5	5.13 E - 3	1.217 E - 1	4672
50	1.940	62.41	2.730 E - 5	1.407 E - 5	5.09 E - 3	1.781 E - 1	4748
60	1.938	62.37	2.344 E - 5	1.210 E - 5	5.03 E - 3	2.563 E - 1	4814
70	1.936	62.30	2.037 E - 5	1.052 E - 5	4.97 E - 3	3.631 E - 1	4871
80	1.934	62.22	1.791 E - 5	9.262 E - 6	4.91 E - 3	5.069 E - 1	4819
90	1.931	62.11	1.500 E - 5	8.233 E - 6	4.86 E - 3	6.979 E - 1	4960
100	1.927	62.00	1.423 E - 5	7.383 E - 6	4.79 E - 3	9.493 E - 1	4995
120	1.918	61.71	1.164 E - 5	6.067 E - 6	4.67 E - 3	1.692 E + 0	5049
140	1.908	61.38	9.743 E - 6	5.106 E - 6	4.53 E - 3	2.888 E + 0	5091
160	1.896	61.00	8.315 E - 6	4.385 E - 6	4.40 E - 3	4.736 E + 0	5101
180	1.883	60.58	7.207 E - 6	3.827 E - 6	4.26 E - 3	7.507 E + 0	5195
200	1.869	60.12	6.342 E - 6	3.393 E - 6	4.12 E - 3	1.152 E + 1	5089
212	1.860	59.83	5.886 E - 6	3.165 E - 6	4.04 E - 3	1.469 E + 1	5062

^aBased on data from *Handbook of Chemistry and Physics*, 69th Ed., CRC Press, 1988. Where necessary, values obtained by interpolation.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table, $g = 32.174 \text{ ft/s}^2$.

^cIn contact with air.

^dFrom R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

TABEL B.2 Properti Fisika dari air (Satuan SI)

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight ^b , γ (kN/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N·s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Surface Tension ^c , σ (N/m)	Vapor Pressure, p_v [N/m ² (abs)]	Speed of Sound ^d , c (m/s)
0	999.9	9.806	1.787 E - 3	1.787 E - 6	7.56 E - 2	6.105 E + 2	1403
5	1000.0	9.807	1.519 E - 3	1.519 E - 6	7.49 E - 2	8.722 E + 2	1427
10	999.7	9.804	1.307 E - 3	1.307 E - 6	7.42 E - 2	1.228 E + 3	1447
20	998.2	9.789	1.002 E - 3	1.004 E - 6	7.28 E - 2	2.338 E + 3	1481
30	995.7	9.765	7.975 E - 4	8.009 E - 7	7.12 E - 2	4.243 E + 3	1507
40	992.2	9.731	6.529 E - 4	6.580 E - 7	6.96 E - 2	7.376 E + 3	1526
50	988.1	9.690	5.468 E - 4	5.534 E - 7	6.79 E - 2	1.233 E + 4	1541
60	983.2	9.642	4.665 E - 4	4.745 E - 7	6.62 E - 2	1.992 E + 4	1552
70	977.8	9.589	4.042 E - 4	4.134 E - 7	6.44 E - 2	3.116 E + 4	1555
80	971.8	9.530	3.547 E - 4	3.650 E - 7	6.26 E - 2	4.734 E + 4	1555
90	965.3	9.467	3.147 E - 4	3.260 E - 7	6.08 E - 2	7.010 E + 4	1550
100	958.4	9.399	2.818 E - 4	2.940 E - 7	5.89 E - 2	1.013 E + 5	1543

^aBased on data from *Handbook of Chemistry and Physics*, 69th Ed., CRC Press, 1988.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table, $g = 9.807 \text{ m/s}^2$.

^cIn contact with air.

^dFrom R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight ^b , γ (kN/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N·s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Surface Tension ^c , σ (N/m)	Vapor Pressure, p_v [N/m ² (abs)]	Speed of Sound ^d , c (m/s)
0	999.9	9.806	1.787 E-3	1.787 E-6	7.56 E-2	6.105 E+2	1403
5	1000.0	9.807	1.519 E-3	1.519 E-6	7.49 E-2	8.722 E+2	1427
10	999.7	9.804	1.307 E-3	1.307 E-6	7.42 E-2	1.228 E+3	1447
20	998.2	9.789	1.002 E-3	1.004 E-6	7.28 E-2	2.338 E+3	1481
30	995.7	9.765	7.975 E-4	8.009 E-7	7.12 E-2	4.243 E+3	1507
40	992.2	9.731	6.529 E-4	6.580 E-7	6.96 E-2	7.376 E+3	1526
50	988.1	9.690	5.468 E-4	5.534 E-7	6.79 E-2	1.233 E+4	1541
60	983.2	9.642	4.665 E-4	4.745 E-7	6.62 E-2	1.992 E+4	1552
70	977.8	9.589	4.042 E-4	4.134 E-7	6.44 E-2	3.116 E+4	1555
80	971.8	9.530	3.547 E-4	3.650 E-7	6.26 E-2	4.734 E+4	1555
90	965.3	9.467	3.147 E-4	3.260 E-7	6.08 E-2	7.010 E+4	1550
100	958.4	9.399	2.818 E-4	2.940 E-7	5.89 E-2	1.013 E+5	1543

^aBased on data from *Handbook of Chemistry and Physics*, 69th Ed., CRC Press, 1988.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table, $g = 9.807 \text{ m/s}^2$.

^cIn contact with air.

^dFrom R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight ^b , γ (kN/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N·s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Surface Tension ^c , σ (N/m)	Vapor Pressure, p_v [N/m ² (abs)]	Speed of Sound ^d , c (m/s)
0	999.9	9.806	1.787 E-3	1.787 E-6	7.56 E-2	6.105 E+2	1403
5	1000.0	9.807	1.519 E-3	1.519 E-6	7.49 E-2	8.722 E+2	1427
10	999.7	9.804	1.307 E-3	1.307 E-6	7.42 E-2	1.228 E+3	1447
20	998.2	9.789	1.002 E-3	1.004 E-6	7.28 E-2	2.338 E+3	1481
30	995.7	9.765	7.975 E-4	8.009 E-7	7.12 E-2	4.243 E+3	1507
40	992.2	9.731	6.529 E-4	6.580 E-7	6.96 E-2	7.376 E+3	1526
50	988.1	9.690	5.468 E-4	5.534 E-7	6.79 E-2	1.233 E+4	1541
60	983.2	9.642	4.665 E-4	4.745 E-7	6.62 E-2	1.992 E+4	1552
70	977.8	9.589	4.042 E-4	4.134 E-7	6.44 E-2	3.116 E+4	1555
80	971.8	9.530	3.547 E-4	3.650 E-7	6.26 E-2	4.734 E+4	1555
90	965.3	9.467	3.147 E-4	3.260 E-7	6.08 E-2	7.010 E+4	1550
100	958.4	9.399	2.818 E-4	2.940 E-7	5.89 E-2	1.013 E+5	1543

^aBased on data from *Handbook of Chemistry and Physics*, 69th Ed., CRC Press, 1988.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table, $g = 9.807 \text{ m/s}^2$.

^cIn contact with air.

^dFrom R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

TABEL B.3 Properti Fisika dari udara pada tekanan atmosfer (Satuan BG)

Temperature (°F)	Density, ρ (slugs/ft ³)	Specific Weight ^b , γ (lb/ft ³)	Dynamic Viscosity, μ (lb·s/ft ²)	Kinematic Viscosity, ν (ft ² /s)	Specific Heat Ratio, k (—)	Speed of Sound, c (ft/s)
-40	2.939 E-3	9.456 E-2	3.29 E-7	1.12 E-4	1.401	1004
-20	2.805 E-3	9.026 E-2	3.34 E-7	1.19 E-4	1.401	1028
0	2.683 E-3	8.633 E-2	3.38 E-7	1.26 E-4	1.401	1051
10	2.626 E-3	8.449 E-2	3.44 E-7	1.31 E-4	1.401	1062
20	2.571 E-3	8.273 E-2	3.50 E-7	1.36 E-4	1.401	1074
30	2.519 E-3	8.104 E-2	3.58 E-7	1.42 E-4	1.401	1085
40	2.469 E-3	7.942 E-2	3.60 E-7	1.46 E-4	1.401	1096
50	2.420 E-3	7.786 E-2	3.68 E-7	1.52 E-4	1.401	1106
60	2.373 E-3	7.636 E-2	3.75 E-7	1.58 E-4	1.401	1117
70	2.329 E-3	7.492 E-2	3.82 E-7	1.64 E-4	1.401	1128
80	2.286 E-3	7.353 E-2	3.86 E-7	1.69 E-4	1.400	1138
90	2.244 E-3	7.219 E-2	3.90 E-7	1.74 E-4	1.400	1149
100	2.204 E-3	7.090 E-2	3.94 E-7	1.79 E-4	1.400	1159
120	2.128 E-3	6.846 E-2	4.02 E-7	1.89 E-4	1.400	1180
140	2.057 E-3	6.617 E-2	4.13 E-7	2.01 E-4	1.399	1200
160	1.990 E-3	6.404 E-2	4.22 E-7	2.12 E-4	1.399	1220
180	1.928 E-3	6.204 E-2	4.34 E-7	2.25 E-4	1.399	1239
200	1.870 E-3	6.016 E-2	4.49 E-7	2.40 E-4	1.398	1258
300	1.624 E-3	5.224 E-2	4.97 E-7	3.06 E-4	1.394	1348
400	1.435 E-3	4.616 E-2	5.24 E-7	3.65 E-4	1.389	1431
500	1.285 E-3	4.135 E-2	5.80 E-7	4.51 E-4	1.383	1509
750	1.020 E-3	3.280 E-2	6.81 E-7	6.68 E-4	1.367	1685
1000	8.445 E-4	2.717 E-2	7.85 E-7	9.30 E-4	1.351	1839
1500	6.291 E-4	2.024 E-2	9.50 E-7	1.51 E-3	1.329	2114

^aBased on data from R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table $g = 32.174 \text{ ft/s}^2$.

TABEL B.4 Properti Fisika dari udara pada tekanan atmosfer (Satuan SI)

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight ^b , γ (N/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N·s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Specific Heat Ratio, k (—)	Speed of Sound, c (m/s)
-40	1.514	14.85	1.57 E - 5	1.04 E - 5	1.401	306.2
-20	1.395	13.68	1.63 E - 5	1.17 E - 5	1.401	319.1
0	1.292	12.67	1.71 E - 5	1.32 E - 5	1.401	331.4
5	1.269	12.45	1.73 E - 5	1.36 E - 5	1.401	334.4
10	1.247	12.23	1.76 E - 5	1.41 E - 5	1.401	337.4
15	1.225	12.01	1.80 E - 5	1.47 E - 5	1.401	340.4
20	1.204	11.81	1.82 E - 5	1.51 E - 5	1.401	343.3
25	1.184	11.61	1.85 E - 5	1.56 E - 5	1.401	346.3
30	1.165	11.43	1.86 E - 5	1.60 E - 5	1.400	349.1
40	1.127	11.05	1.87 E - 5	1.66 E - 5	1.400	354.7
50	1.109	10.88	1.95 E - 5	1.76 E - 5	1.400	360.3
60	1.060	10.40	1.97 E - 5	1.86 E - 5	1.399	365.7
70	1.029	10.09	2.03 E - 5	1.97 E - 5	1.399	371.2
80	0.9996	9.803	2.07 E - 5	2.07 E - 5	1.399	376.6
90	0.9721	9.533	2.14 E - 5	2.20 E - 5	1.398	381.7
100	0.9461	9.278	2.17 E - 5	2.29 E - 5	1.397	386.9
200	0.7461	7.317	2.53 E - 5	3.39 E - 5	1.390	434.5
300	0.6159	6.040	2.98 E - 5	4.84 E - 5	1.379	476.3
400	0.5243	5.142	3.32 E - 5	6.34 E - 5	1.368	514.1
500	0.4565	4.477	3.64 E - 5	7.97 E - 5	1.357	548.8
1000	0.2772	2.719	5.04 E - 5	1.82 E - 4	1.321	694.8

^aBased on data from R. D. Blevins, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold Co., Inc., New York, 1984.

^bDensity and specific weight are related through the equation $\gamma = \rho g$. For this table $g = 9.807 \text{ m/s}^2$.

APPENDIX C Properti dari Atmosfer Standar U.S.

TABEL C.1 Properti dari Atmosfer Standar U.S. (Satuan BG)

Altitude (ft)	Temperature (°F)	Acceleration of Gravity, g (ft/s ²)	Pressure, p [lb/in. ² (abs)]	Density, ρ (slugs/ft ³)	Dynamic Viscosity, μ (lb·s/ft ²)
-5,000	76.84	32.189	17.554	2.745 E - 3	3.836 E - 7
0	59.00	32.174	14.696	2.377 E - 3	3.737 E - 7
5,000	41.17	32.159	12.228	2.048 E - 3	3.637 E - 7
10,000	23.36	32.143	10.108	1.756 E - 3	3.534 E - 7
15,000	5.55	32.128	8.297	1.496 E - 3	3.430 E - 7
20,000	-12.26	32.112	6.759	1.267 E - 3	3.324 E - 7
25,000	-30.05	32.097	5.461	1.066 E - 3	3.217 E - 7
30,000	-47.83	32.082	4.373	8.907 E - 4	3.107 E - 7
35,000	-65.61	32.066	3.468	7.382 E - 4	2.995 E - 7
40,000	-69.70	32.051	2.730	5.873 E - 4	2.969 E - 7
45,000	-69.70	32.036	2.149	4.623 E - 4	2.969 E - 7
50,000	-69.70	32.020	1.692	3.639 E - 4	2.969 E - 7
60,000	-69.70	31.990	1.049	2.256 E - 4	2.969 E - 7
70,000	-67.42	31.959	0.651	1.392 E - 4	2.984 E - 7
80,000	-61.98	31.929	0.406	8.571 E - 5	3.018 E - 7
90,000	-56.54	31.897	0.255	5.610 E - 5	3.052 E - 7
100,000	-51.10	31.868	0.162	3.318 E - 5	3.087 E - 7
150,000	19.40	31.717	0.020	3.658 E - 6	3.511 E - 7
200,000	-19.78	31.566	0.003	5.328 E - 7	3.279 E - 7
250,000	-88.77	31.415	0.000	6.458 E - 8	2.846 E - 7

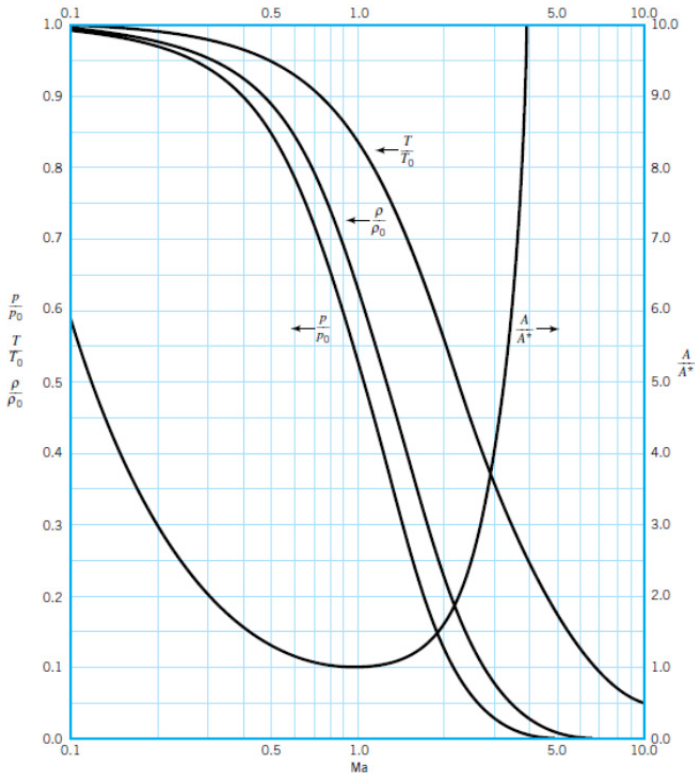
*Data abridged from *U.S. Standard Atmosphere, 1976*, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.

TABEL C.2 Properti dari Atmosfer Standar U.S. (Satuan SI)

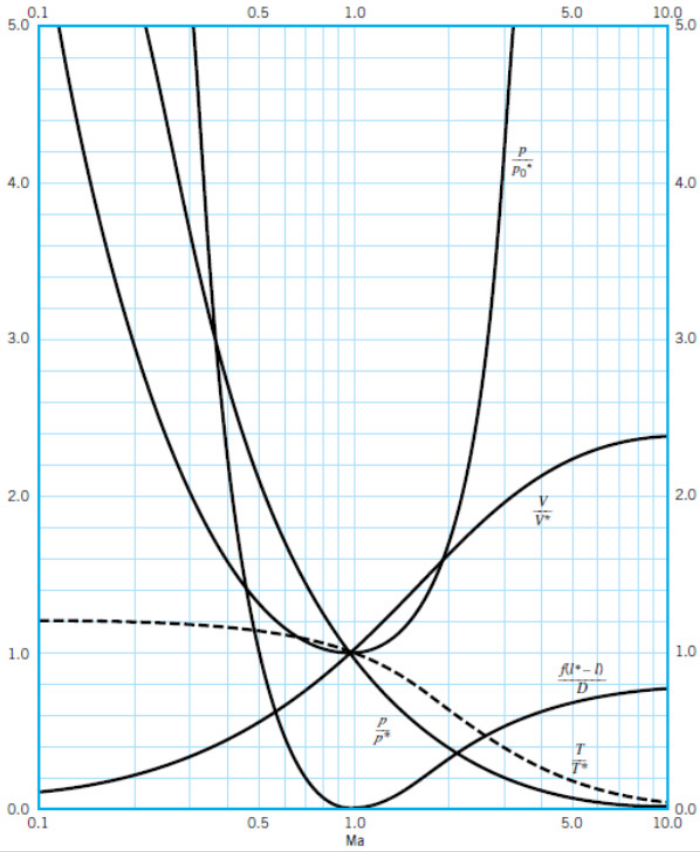
Altitude (m)	Temperature (°C)	Acceleration of Gravity, g (m/s^2)	Pressure, p [N/m^2 (abs)]	Density, ρ (kg/m^3)	Dynamic Viscosity, μ ($N \cdot s/m^2$)
-1,000	21.50	9.810	1.139 E + 5	1.347 E + 0	1.821 E - 5
0	15.00	9.807	1.013 E + 5	1.225 E + 0	1.789 E - 5
1,000	8.50	9.804	8.988 E + 4	1.112 E + 0	1.758 E - 5
2,000	2.00	9.801	7.950 E + 4	1.007 E + 0	1.726 E - 5
3,000	-4.49	9.797	7.012 E + 4	9.093 E - 1	1.694 E - 5
4,000	-10.98	9.794	6.166 E + 4	8.194 E - 1	1.661 E - 5
5,000	-17.47	9.791	5.405 E + 4	7.364 E - 1	1.628 E - 5
6,000	-23.96	9.788	4.722 E + 4	6.601 E - 1	1.595 E - 5
7,000	-30.45	9.785	4.111 E + 4	5.900 E - 1	1.561 E - 5
8,000	-36.94	9.782	3.565 E + 4	5.258 E - 1	1.527 E - 5
9,000	-43.42	9.779	3.080 E + 4	4.671 E - 1	1.493 E - 5
10,000	-49.90	9.776	2.650 E + 4	4.135 E - 1	1.458 E - 5
15,000	-56.50	9.761	1.211 E + 4	1.948 E - 1	1.422 E - 5
20,000	-56.50	9.745	5.529 E + 3	8.891 E - 2	1.422 E - 5
25,000	-51.60	9.730	2.549 E + 3	4.008 E - 2	1.448 E - 5
30,000	-46.64	9.715	1.197 E + 3	1.841 E - 2	1.475 E - 5
40,000	-22.80	9.684	2.871 E + 2	3.996 E - 3	1.601 E - 5
50,000	-2.50	9.654	7.978 E + 1	1.027 E - 3	1.704 E - 5
60,000	-26.13	9.624	2.196 E + 1	3.097 E - 4	1.584 E - 5
70,000	-53.57	9.594	5.221 E + 0	8.283 E - 5	1.438 E - 5
80,000	-74.51	9.564	1.052 E + 0	1.846 E - 5	1.321 E - 5

²Data abridged from *U.S. Standard Atmosphere, 1976*, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.

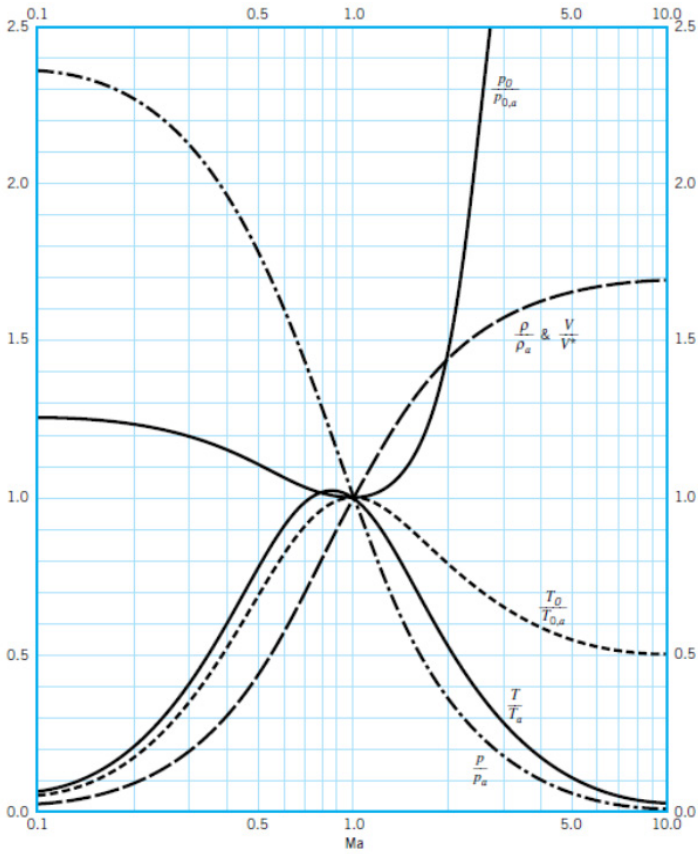
APPENDIX D Grafik Aliran Mampu-mampat untuk Suatu Gas ideal ($k = 1,4$)



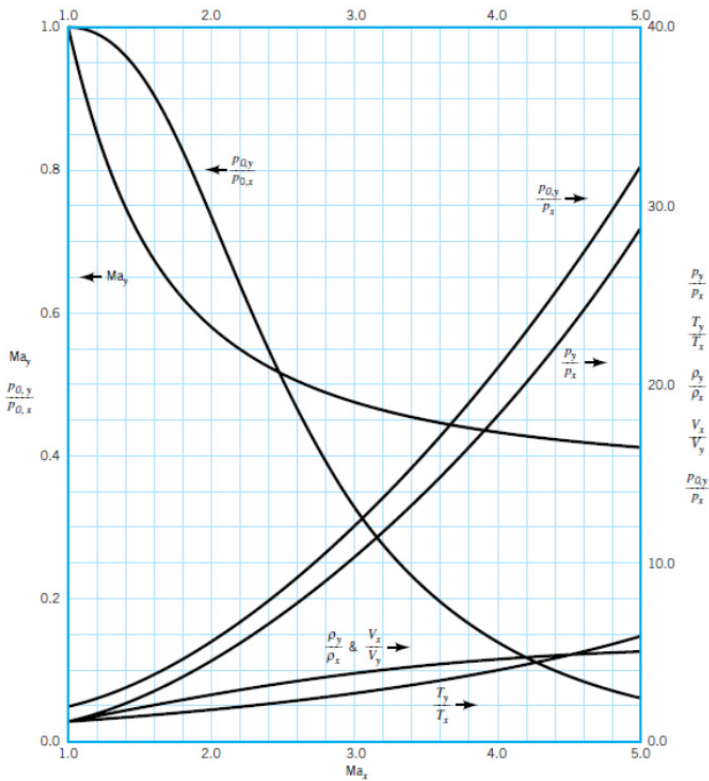
GAMBAR D.1 Aliran Isentropik dari gas ideal dengan $k = 1,4$ (Grafik diberikan oleh Professor A. Reichert dari Kansas State University).



GAMBAR D.2 Aliran Fanno dari gas ideal dengan $k = 1,4$ (Grafik diberikan oleh Professor A. Reichert dari Kansas State University).



GAMBAR D.3 Aliran Rayleigh dari gas ideal dengan $k = 1,4$ (Grafik diberikan oleh Professor A. Reichert dari Kansas State University).



GAMBAR D.4 Aliran Kejut Normal dari gas ideal dengan $k = 1,4$ (Grafik diberikan oleh Professor A. Reichert dari Kansas State University).

Daftar Pustaka

1. Merle C. Potter and David C. Wiggert, 2008, **Fluid Mechanics**, Schaum's Outlines, McGRAW-HILL, Toronto.
2. Frank M. White, 1991, **Fluid Mechanics**, Fourth Edition, McGRAW-HILL, Toronto.
3. Bruce R. Munson, Donald F. Young and Theodore H. Okiishi, 2002, **Fundamental of Fluid Mechanics**, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc. Toronto.
4. Yunus A. Çengel and John M. Cimbala, 2006, **Fluid Mechanics Fundamentals and Applications**, McGRAW-HILL Higher Education, Toronto.
5. Ranald V. Giles, Jack B. Evett and Cheng Liu, 1995, **Fluid Mechanics and Hydraulics**, Schaum Outline Theory and Problems, McGRAW-HILL, Toronto.
6. Victor L. Streeter and E. Benjamin Wylie, 1985, **Fluid Mechanics**, Eighth Edition, McGRAW-HILL, Toronto.

Tentang Penulis



Prof. Dr. Ir. H. Nasaruddin Salam, MT. adalah dosen di Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (FTUH). Lahir di Bulukumba pada tanggal 20 Desember 1959, beliau meraih gelar Sarjana Teknik Mesin pada tahun 1984 dan Master Teknik Mesin pada tahun 1999, keduanya di peroleh di FTUH. Sementara, gelar Doktor bidang Teknik Mesin diraih pada tahun 2014 di Fakultas Teknik Universitas Brawijaya.

Aktivitas utama beliau adalah staf pengajar tetap di Departemen Teknik Mesin FTUH dan menjabat sebagai Kepala Laboratorium Mekanika Fluida sejak tahun 2015 sampai sekarang. Saat ini, di Departemen Teknik Mesin FTUH, beliau menjadi penanggung jawab mata kuliah Mekanika Fluida, Dinamika Fluida, Dinamika Gas, Teori Lapisan Batas, Sistem Perpipaan. Beliau dikukuhkan sebagai Guru Besar pada tanggal 22 November 2017 dan menyampaikan pidato dengan judul “Reduksi Hambatan dan Pemisahan Aliran Fluida Melewati Benda Tandem”.

Bidang penelitian beliau meliputi dinamika fluida aliran dalam pipa dan aliran eksternal, khususnya pada aliran fluida melewati benda tandem. Hasil penelitiannya telah dipublikasikan diberbagai seminar dan jurnal ilmiah baik tingkat nasional maupun internasional. Diantaranya yang terkini adalah publikasi di *International Review of Mechanical Engineering* (2017-2018), *FME Transactions* (2019), *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development* (2019), *Journal of Physics : Conference Series* (2019), *International Journal on Engineering Applications* (2020), *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (2020), *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research* (2021), *METAL: Jurnal Sistem Mekanik dan Termal* (2021), Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin (2011-2021), dan lain-lain.

Beliau juga mengembang amanah pada beberapa penugasan di lingkungan Universitas Hasanuddin, antara lain menjadi Sekretaris Jurusan Teknik Mesin (1996-1998), Pembantu Dekan III Bidang Kemahasiswaan dan Alumni FTUH (1998-2002), Wakil Dekan II Bidang Administrasi Umum dan Keuangan FTUH (2002-2006), Pembantu Rektor III Bidang Kemahasiswaan dan Alumni Universitas Hasanuddin (2006-2010), Wakil Rektor III Bidang Kemahasiswaan dan Alumni Universitas Hasanuddin (2010-2014), Ketua Lembaga Kajian & Pengembangan Pendidikan Universitas Hasanuddin (2014-2016). Saat ini, beliau menjabat sebagai Sekretaris Universitas Hasanuddin (2016-Sekarang). Selain itu, beliau juga adalah anggota dari Persatuan Insinyur Indonesia dan Dewan Pakar Persatuan Insinyur Indonesia Cabang Makassar (2021-2024).



Dr. Ir. Rustan Tarakka, ST., MT adalah dosen di Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (FTUH). Lahir di Pinrang pada tanggal 27 Agustus 1975, beliau meraih gelar Sarjana Teknik Mesin pada tahun 1999 dan Master Teknik Mesin pada tahun 2008, keduanya di peroleh di FTUH. Pada tahun 2012 gelar Doktor bidang Teknik Mesin diraih di Fakultas Teknik Universitas Indonesia.

Saat ini, di Departemen Teknik Mesin FTUH, beliau mampu mata kuliah Mekanika Fluida, Dinamika Fluida, Dinamika Gas, Mesin Fluida, Pemrograman Komputer, Statistika, Metodologi Penelitian, Etika Profesi & Hukum Perburuhan dan Teknopreneurship.

Penelitian beliau berfokus pada konversi energi dan dinamika fluida. Hasil penelitiannya telah dipublikasikan diberbagai seminar dan jurnal ilmiah baik tingkat nasional maupun internasional. Di antaranya yang terkini adalah publikasi di *International Review of Mechanical Engineering* (2017-2018), *FME Transactions* (2019), *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development* (2019), *E3S Web of Conferences* (2021), *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (2019-2020), *International Journal on Engineering Applications* (2020), *Universal Journal of Mechanical Engineering* (2020), *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research* (2021), *METAL: Jurnal Sistem Mekanik dan Termal* (2021), Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin (2010-2021) dan lain-lain.

Beberapa penugasan yang diamanahkan ke beliau, antara lain menjadi Pembantu Ketua II Bidang Administrasi dan Keuangan Sekolah Tinggi Teknik Baramuli (2000-2008), Wakil Ketua II Bidang Administrasi dan Keuangan Sekolah Tinggi Teknik Baramuli (2008-

2014), Ketua Sekolah Tinggi Teknik Baramuli (2014-2021), Sekretaris Workshop Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (2019), Ketua Workshop Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (2020-2021), Saat ini, juga mengembang amanah sebagai Ketua Kerjasama Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (2000-Sekarang) dan Ketua Program Studi S3 Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin (2021-Sekarang). Selain itu, beliau juga adalah anggota dari Persatuan Insinyur Indonesia dan Ketua Persatuan Insinyur Indonesia Cabang Makassar (2021-2024).

Fluida merupakan zat yang mengalami deformasi secara terus menerus. Hal ini terjadi selama fluida mendapatkan pengaruh dari suatu tegangan geser. Umumnya, cairan biasa seperti air dan minyak serta gas seperti udara memenuhi definisi dari sebuah fluida. Kedua zat tersebut akan mengalir saat mendapatkan tegangan geser.

Buku ini bertujuan memberikan pengetahuan tentang dinamika fluida kepada para mahasiswa S1 dan S2 dalam bidang Teknik mesin, serta bidang lainnya yang mempelajari tentang mekanika fluida dan dinamika fluida.

Prinsip-prinsip yang dijabarkan dalam buku ini adalah prinsip-prinsip yang telah dikembangkan berbagai buku mekanika fluida selama bertahun-tahun. Namun demikian, pengetahuan dinamika fluida telah mengalami peningkatan.

Buku ini dihadirkan dalam bentuk teori dan penyelesaian soal-soal. Pada setiap awal bab, diberikan secara ringkas teori dasar dan rumus-rumus yang perlu diketahui dalam penyelesaian soal-soal.

Adapun bahasan yang disajikan dalam buku ini adalah:

1. Pendahuluan
2. Analisis Volume Kendali
3. Dasar-dasar Aliran Fluida
4. Aliran Fluida dalam Pipa
5. Aliran Lapisan Batas
6. Aliran Luar
7. Aliran Kompresibel



Gedung UPT Unhas Press
Kampus Unhas Tamalanrea
Jln. Perintis Kemerdekaan Km. 10
Email: unhaspress@gmail.com
Makassar

